

Symmetriska trefassystem

Symmetrisk trefasspänning beskrevs 1890 av den svenske elektroteknikern Jonas Wenström och användes första gången 1893 av ASEA vid kraftöverföringen mellan Hällsjöns vatten-kraftstation och Grängesbergs gruvor.

I en kraftverksgenerator alstras tre växelspanningar med samma amplitud sinsemellan fasförskjutna 120° .

Generatoren drivs av en turbin som i sin tur omvandlar energin hos vatten eller vattenånga till rörelseenergi.

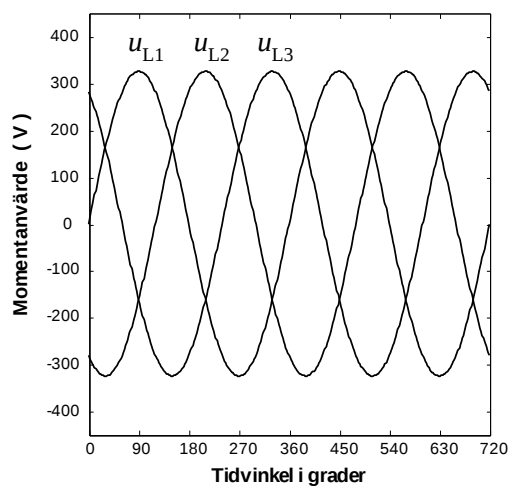
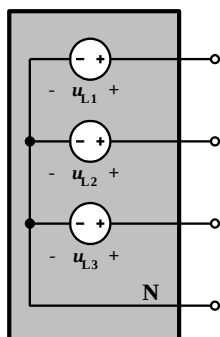
I vattenkraftverk omvandlas potentiell energi hos vatten till rörelseenergi varefter det får strömma genom inloppsrören till turbinerna.

I värmekraftverk kokas vattnet till ånga under högt tryck varefter ångan får expandera i en turbin. Ofta sker detta i två steg, i en högtrycksturbin och en lågtrycksturbin, vilket utnyttjar ångans energi effektivare.

De tre växelspanningarna har följande momentanvärdesuttryck:

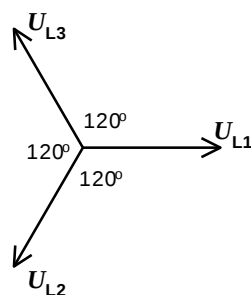
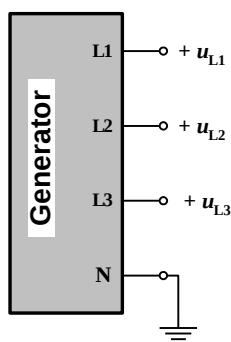
$$u_{L1}(t) = |U_f| \sin \omega t \quad u_{L2}(t) = |U_f| \sin(\omega t - 120^\circ) \quad u_{L3}(t) = |U_f| \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Graferna för ett trefassystem med $|U_f| = 325\text{V}$ visas i diagrammet t.h.



Generators nollpunkt N är oftast jordad, vilket gör att vi får tre faspotentialer enligt figuren nedan där också motsvarande visardiagram finns att se.

De tre uttag som ger faspotentialerna kallas **faser** och benämns L1, L2 och L3.



Effektivvärdet $\frac{|U_f|}{\sqrt{2}}$ för faspotentialerna kallas systemets **fasspänning** och betecknas U_{fe} .

Spänningarna mellan faserna kallas **huvudspänningar** och fås som motsvarande potentialdifferenser.

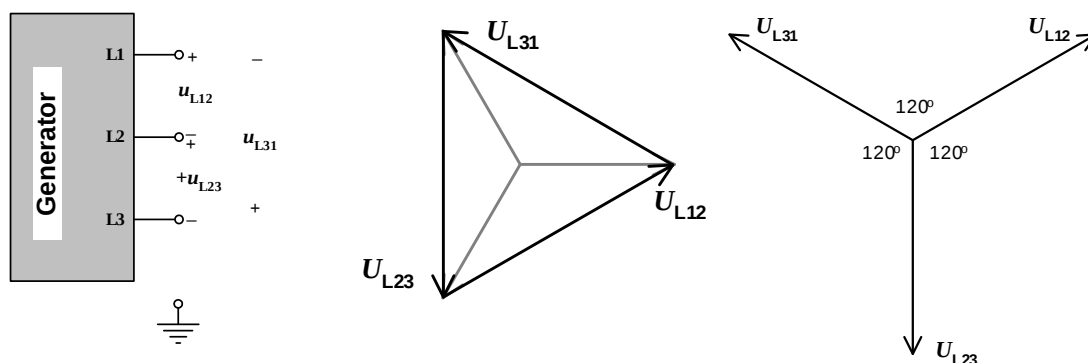
$$u_{L12}(t) = u_{L1}(t) - u_{L2}(t) \Rightarrow u_{L12}(t) = \sqrt{3}|U_f| \sin(\omega t + 30^\circ)$$

$$u_{L23}(t) = u_{L2}(t) - u_{L3}(t) \Rightarrow u_{L23}(t) = \sqrt{3}|U_f| \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$u_{L31}(t) = u_{L3}(t) - u_{L1}(t) \Rightarrow u_{L31}(t) = \sqrt{3}|U_f| \sin(\omega t + 150^\circ)$$

där vi sätter $\sqrt{3}|U_f| = |U_h|$ som alltså är amplituden för spänningen mellan två faser (differensen mellan två faspotentialer).

Deras visardiagram kan ses nedan t.h.

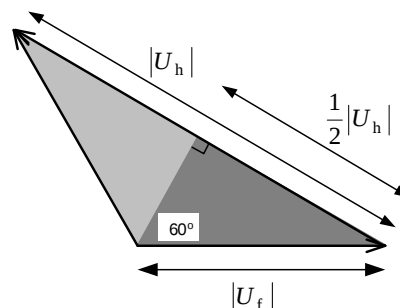


Effektivvärdet $\frac{|U_h|}{\sqrt{2}}$ för spänningen mellan två faser kallas systemets **huvudspänning** och betecknas U_{he} .

Sambandet mellan fasspänning och huvudspänning erhålles ur följande figur som utgör en triangel i visardiagrammet faspotentialerna.

$$\frac{1}{2}|U_h| = |U_f| \sin 60^\circ = |U_f| \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$U_{he} = \sqrt{3}U_{fe}$$

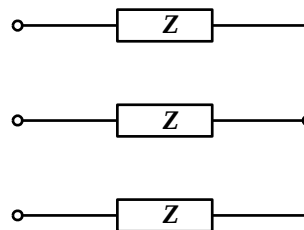
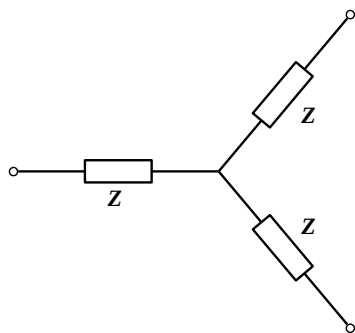


Spänningarna i ett trefassystem anges oftast som t.ex. 230/400V, där alltså huvudspänningens effektivvärde är 400V och fasspänningens dito är 230V.

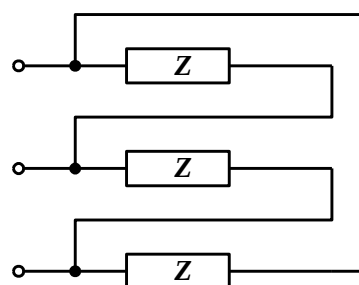
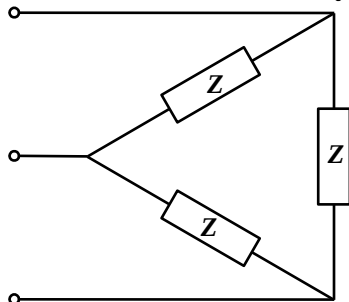
I fortsättningen anges alltid spänningar som effektivvärden!

Symmetriska trefasbelastningar består av tre likadana impedanser och kan vara kopplade på två olika sätt:

Y-kopplad
(två ritsätt)

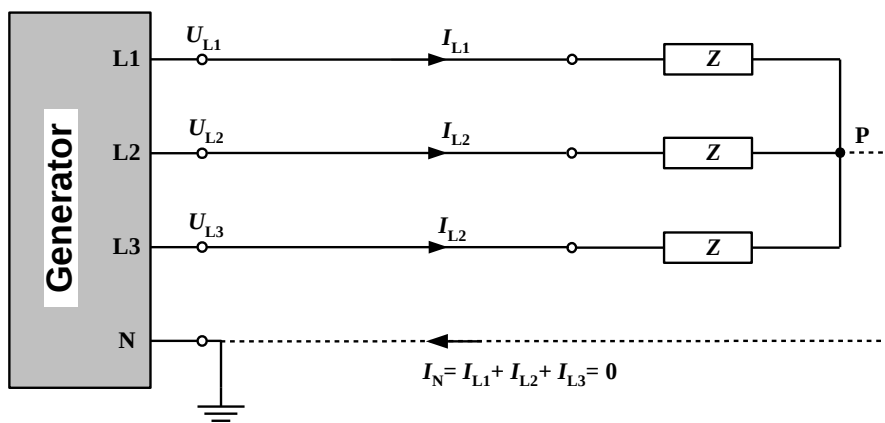


D-kopplad
(två ritsätt)

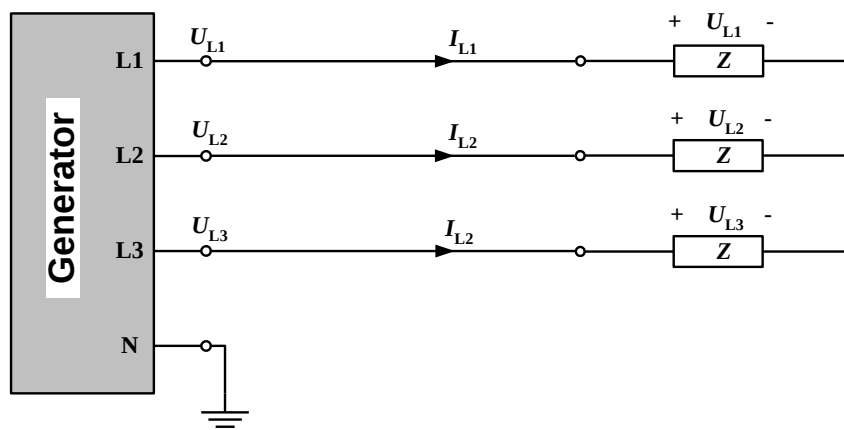


Vi skall nu studera strömmarna i ett symmetriskt trefassystem som belastas med en Y- resp. D-kopplad last.
OBS! I schemat representeras spänningar och strömmar med sina visare.

Y-koppling.



Man kan med en symmetribetraktelse eller genom beräkning visa att punkten P hos symmetriska trefasbelastningar får potentialen noll.



Detta gör att spänningarna över grenarna i den Y-kopplade lasten blir motsvarande fas-potentialer vilket ger

$$I_{L1} = \frac{U_{L1}}{Z} \quad I_{L2} = \frac{U_{L2}}{Z} \quad I_{L3} = \frac{U_{L3}}{Z}$$

$$i_{L1}(t) = |I_L| \sin(\omega t - \varphi)$$

$$i_{L2}(t) = |I_L| \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi)$$

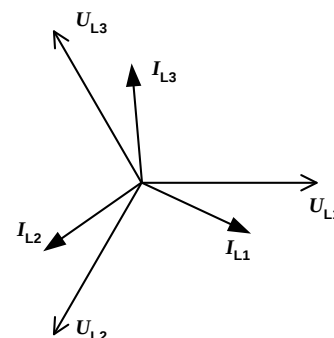
$$i_{L3}(t) = |I_L| \sin(\omega t + 120^\circ - \varphi)$$

Om vi antar att lasten är induktiv med fasvinkeln φ kommer linjeströmmarna att ligga vinkeln φ efter motsvarande faspotential, vilket kan ses i visardiagram och momentanvändesuttryck.

Genom summering kan man visa att $I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = 0$, vilket gör att nolledaren inte behövs (se figuren ovan).

Eftersom de tre faspotentialerna har samma amplitud kommer motsvarande att gälla de tre strömmarna som kallas **linjeströmmar** vilkas amplitud betecknas $|I_L|$.

Alltså $|I_{L1}| = |I_{L2}| = |I_{L3}| = |I_L| = \frac{|U_f|}{|Z|}$.



Om vi uttrycker detta i effektivvärden erhålls

Effektivvärdet $I_{le} = \frac{|I_L|}{\sqrt{2}}$ kallas **systemets linjeström**.

$$I_{le} = \frac{U_{fe}}{|Z|} = \frac{U_{he}}{\sqrt{3} \cdot |Z|}$$

Exempel

Ett 230/400V system belastas med en symmetrisk Y-kopplad last bestående av tre impedanser $Z = 10 + j15 \Omega$.

Bestäm linjeströmmen I_{le} .

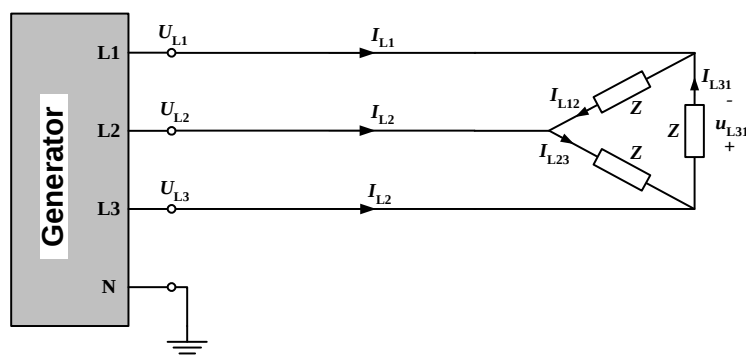
Lösning

$$Z = \sqrt{10^2 + 15^2} \Omega = 18,03 \Omega$$

$$I_{le} = \frac{U_{fe}}{|Z|} = \frac{U_{he}}{\sqrt{3} \cdot |Z|} \Rightarrow I_{le} = \frac{U_{fe}}{|Z|} = \frac{230 \text{ V}}{18,03 \Omega} = \underline{\underline{12,8 \text{ A}}} \text{ eller}$$

$$I_{le} = \frac{U_{he}}{\sqrt{3} \cdot |Z|} = \frac{400 \text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 18,03 \Omega} = \underline{\underline{12,8 \text{ A}}}$$

D-koppling



Vi ser att $I_{L31} = \frac{U_{L31}}{Z}$. Strömmarna genom impedanserna kallas **grenströmmar** och deras gemensamma effektivvärde betecknas I_{ge} .

Eftersom U_{L31} är en huvudspänning gäller $I_{ge} = \frac{U_{he}}{|Z|}$.

Kirchhoffs strömlag ger $I_{L1} = I_{L12} - I_{L31}$ $I_{L2} = I_{L23} - I_{L12}$ $I_{L3} = I_{L31} - I_{L23}$,

vilket motsvarar sambandet mellan faspotentialer och huvudspänningar.

Därför kan man visa ett samband mellan linjeström I_l och grenström I_g som motsvarar sambandet mellan fasspänning och huvudspänning enligt följande:

$$I_{le} = \sqrt{3} \cdot I_{ge}$$

Exempel

En D-kopplad trefasbelastning bestående av tre impedanser $Z = 12 + j7 \Omega$ ansluts till ett 230/400V-nät. Bestäm linjeströmmen.

Lösning

$$Z = \sqrt{12^2 + 7^2} \Omega = 13,89 \Omega$$

$$I_{ge} = \frac{U_{he}}{|Z|} = \frac{400V}{13,89 \Omega} = \underline{\underline{28,8A}} \quad \Rightarrow \quad I_{le} = \sqrt{3} \cdot 28,8A = \underline{\underline{49,9A}}$$

Effekt

Vi skall avsluta denna epistel genom att betrakta effektförbrukningen i en trefasbelastning. Även här skiljer vi mellan Y- och D-kopplad last. I slutändan kommer vi dock att få ett samband som är gemensamt för de två fallen.

Y-koppling

Den totala effekten utgörs av summan av de tre grenarnas effekter.

$$P_{gren} = U_{fe} \cdot I_{le} \cdot \cos \varphi = \frac{U_{he}}{\sqrt{3}} \cdot I_{le} \cdot \cos \varphi \quad P = 3 \cdot P_{gren} \quad \Rightarrow$$

$$P = 3 \cdot \frac{U_{he}}{\sqrt{3}} \cdot I_{le} \cdot \cos \varphi = \underline{\underline{\sqrt{3} \cdot U_{he} \cdot I_{le} \cdot \cos \varphi}}$$

D-koppling

$$P_{gren} = U_{he} \cdot I_{ge} \cdot \cos \varphi = U_{he} \cdot \frac{I_{le}}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi \quad P = 3 \cdot P_{gren} \quad \Rightarrow$$

$$P = 3 \cdot U_{he} \cdot \frac{I_{le}}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi = \underline{\underline{\sqrt{3} \cdot U_{he} \cdot I_{le} \cdot \cos \varphi}}$$

Vi har alltså följande samband för trefaseffekt oberoende av koppling

$$P = \sqrt{3} \cdot U_{he} \cdot I_{le} \cdot \cos \varphi$$

Exempel

En D-kopplad trefasbelastning bestående av tre impedanser $Z = 12 + j5 \, \Omega$ ansluts till ett 230/400V-nät. Bestäm den effekt som förbrukas i belastningen..

Lösning

$$|Z| = \sqrt{12^2 + 5^2} \, \Omega = 13 \, \Omega \quad \cos \varphi = \frac{R}{|Z|} = \frac{12 \, \Omega}{13 \, \Omega} = 0,923$$

$$I_{ge} = \frac{U_{he}}{|Z|} = \frac{400 \text{ V}}{13 \, \Omega} = 30,77 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad I_{le} = \sqrt{3} \cdot 30,77 \text{ A} = 53,29 \text{ A}$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_{he} \cdot I_{le} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} \cdot 53,29 \text{ A} \cdot 0,923 = \underline{\underline{34,08 \text{ kW}}}$$

Övning

Ett 50Hz 400/693V system belastas med en induktiv trefaslast bestående av $R = 20 \, \Omega$ i serie med $L = 50 \text{ mH}$ i varje gren. Bestäm linjeström, grenström samt trefaseffekt då lasten är

- Y-kopplad
- D-kopplad

Svar:

$$\text{a.} \quad I_{le} = 15,7 \text{ A} \quad I_{ge} = I_{le} = 15,7 \text{ A} \quad P = 14,8 \text{ kW}$$

$$\text{b.} \quad I_{le} = 47,2 \text{ A} \quad I_{ge} = 27,3 \text{ A} \quad P = 44,6 \text{ kW}$$