

Ytterligare övning på Summasymbol

Ex Summan $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}$

och summasymbol skrivs som $= \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k^2}$

Ex Beräkna $2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + \dots + 99^2 =$

$$= \sum_{k=2}^{99} (-1)^k k^2 = \sum_{k=2}^{99} (-1)^k k^2 + \sum_{k=3}^{99} (-1)^k k^2 =$$

$k=2$ $k=2$ $k=3$
 k jämn k udda

$$= \left[\sum_{l=1}^{49} (2l)^2 \right] - \left[\sum_{l=1}^{49} (2l+1)^2 \right] = \sum_{l=1}^{49} (2l)^2 - \sum_{l=1}^{49} (2l+1)^2$$

$$= \sum_{l=1}^{49} (2l)^2 - (2l+1)^2 = \sum_{l=1}^{49} (2l)^2 - ((2l)^2 + 4l + 1)$$

$$= \sum_{l=1}^{49} -4l - 1 = \sum_{l=1}^{49} -4l - \sum_{l=1}^{49} 1 = -4 \sum_{l=1}^{49} l - \sum_{l=1}^{49} 1 =$$

$$= -4 \cdot \frac{49(49+1)}{2} - 49 = -49(2 \cdot 50 + 1) =$$

$$= -49 \cdot 100 - 49 = -4949.$$

↑ Ytterligare en lösning till (1:a uppgiften)

$\sum_{l=1}^{49} (2l)^2 - (2l+1)^2$ som också kan beräknas =

$$= \sum_{l=1}^{49} (2l + 2l+1)(2l - (2l+1)) = - \sum_{l=1}^{49} 4l + 1 =$$

$2 \cdot \dots = -4949.$