

(2/2)

Det är bra om man ska lösa uppgiften på flera olika sätt om möjligt.

Alternativa lösningsförslag: i)

$$I = \int \sqrt{1-x^2} dx = [PI] = x\sqrt{1-x^2} - \int x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}} dx = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{1-x^2-1}{\sqrt{1-x^2}} dx = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx - \int \sqrt{1-x^2} dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - I$$

Bootskrappning ger: $2I = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + C$

∴ $I = \frac{1}{2} \arcsin x + \frac{1}{2} x\sqrt{1-x^2} + C$ (Så som innan).

ii) $\int \sqrt{1-x^2} dx = \int \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx =$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx - \int x \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x - \int x \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

= $\left[\begin{array}{l} \text{notera att faktorn } \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \text{ har en kvadratisk } x \\ \text{Hållaren så en primitiv av 1 stort bra att integrera } \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \end{array} \right]$

$$= [PI] = \arcsin x - \left(x(-\sqrt{1-x^2}) - \int 1 \cdot (-\sqrt{1-x^2}) dx \right) =$$

$$= \arcsin x + x\sqrt{1-x^2} - I \quad \text{Bootskrappning!}$$

∴ $I = \frac{1}{2} \arcsin x + \frac{1}{2} x\sqrt{1-x^2} + C$ (Så som innan!)