

# Idag

---

1. **Sampling**
2. **Diskreta system och dess egenskaper**
3. **Impulssvår**

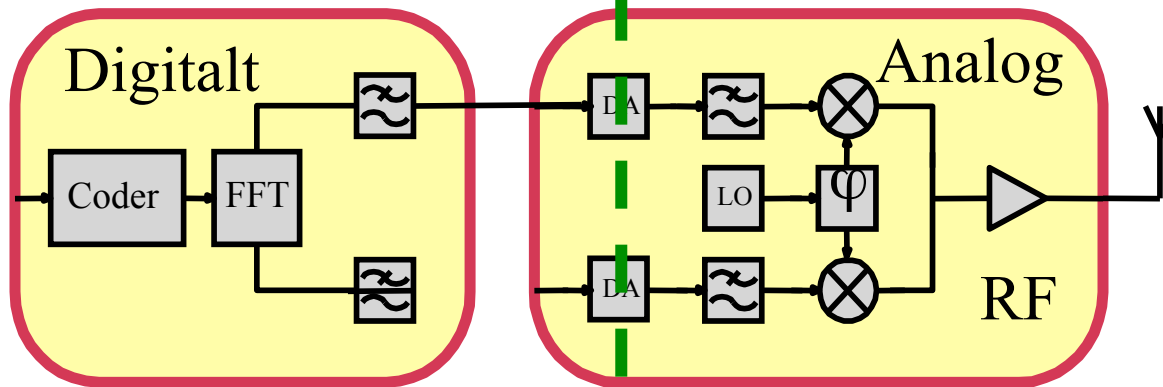
---

# Sampling

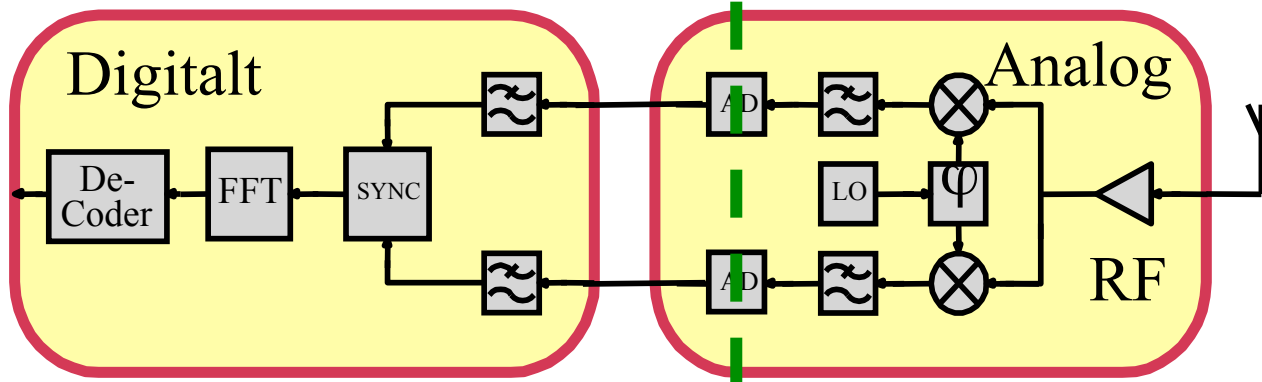
# AD/DA konversion i Radio

## Gränssnitt Analogt/Digitalt

### Radiosändare



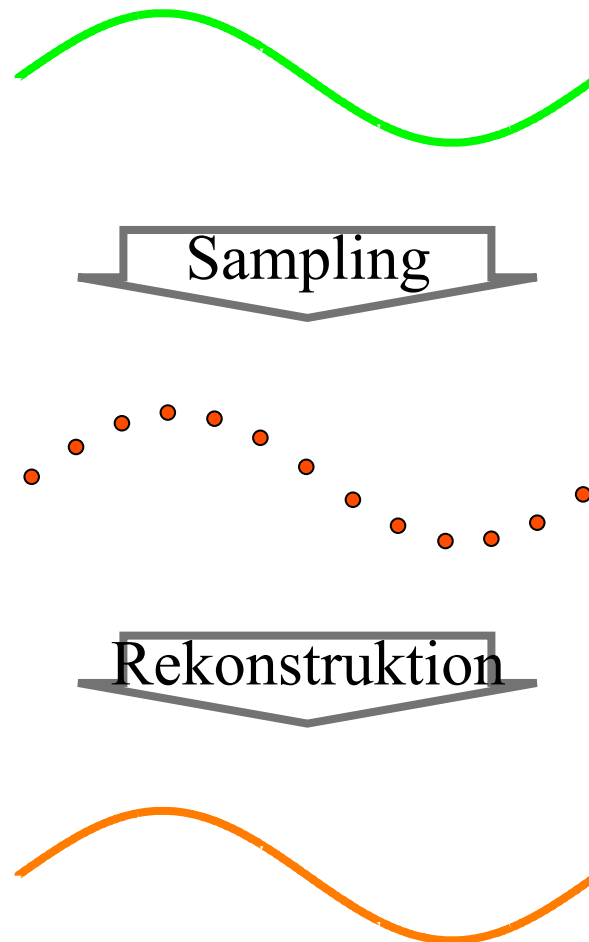
### Radiomottagare



Trenden idag är att flytta Analog/Digital gränsnittet så nära antennen som möjligt.

# Mål med Samplingen

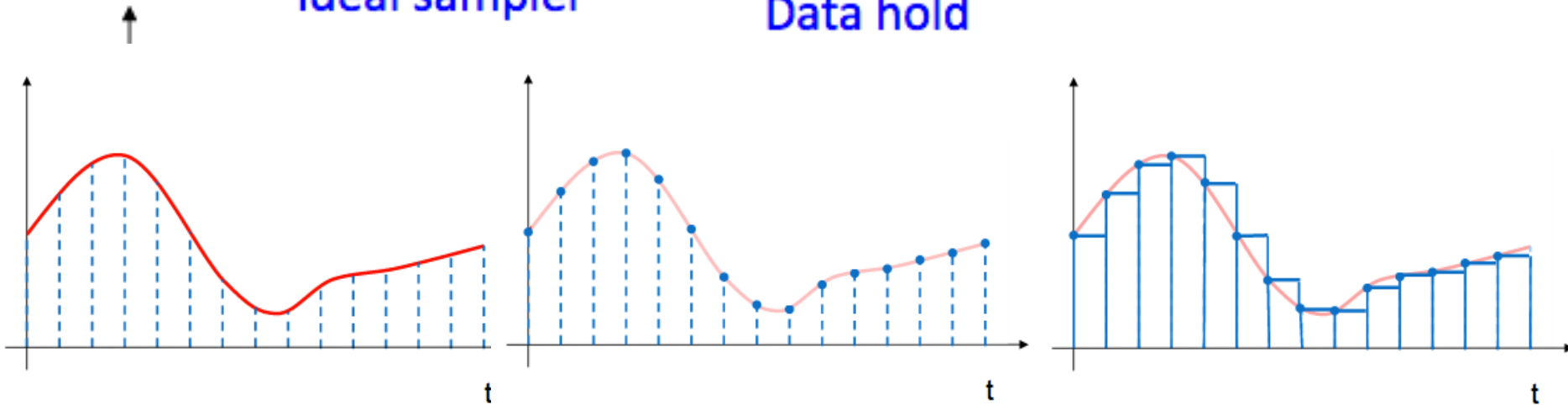
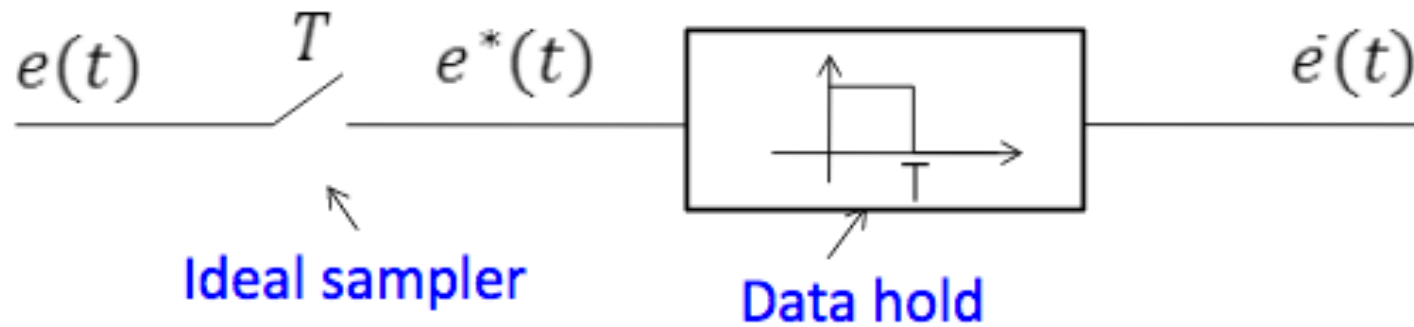
---



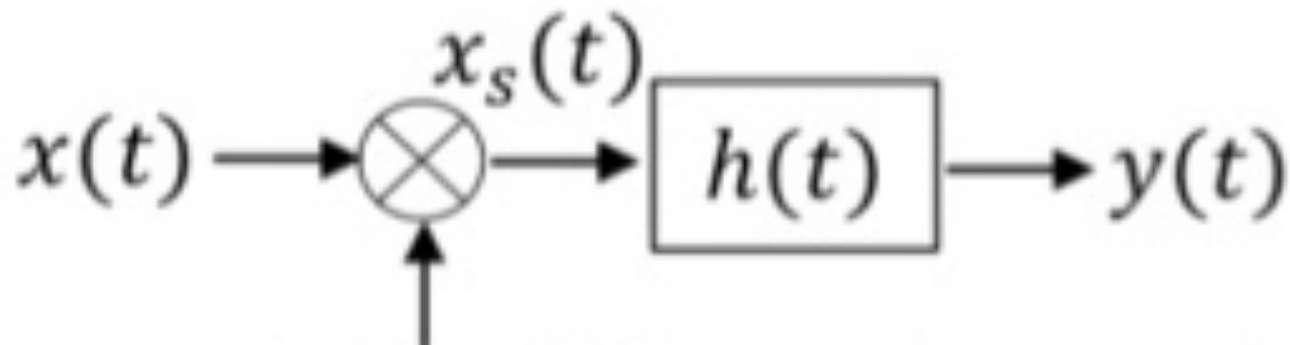
En korrekt samplad signal kan rekonstrueras exakt, dvs ingen information förloras i processen

# A/D konversion: sampling

## Samplermodel



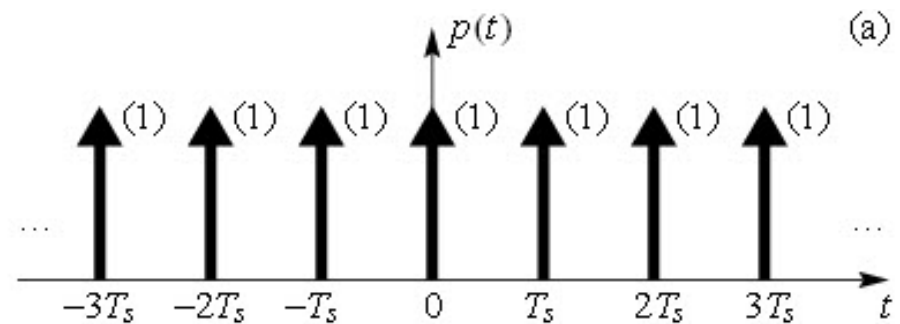
# Ideel sampler



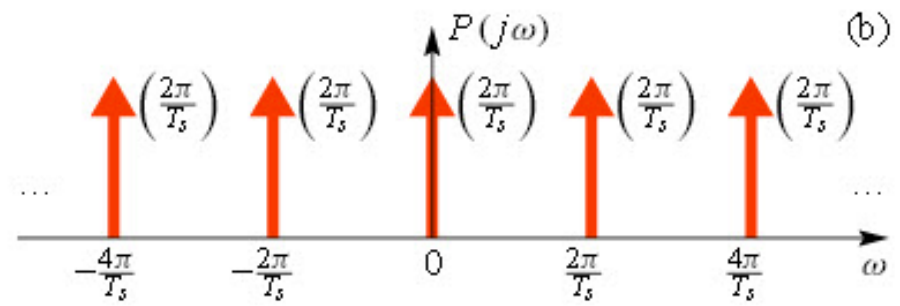
$$p[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

Impulståg

Tidsdomän



Frekvensdomän



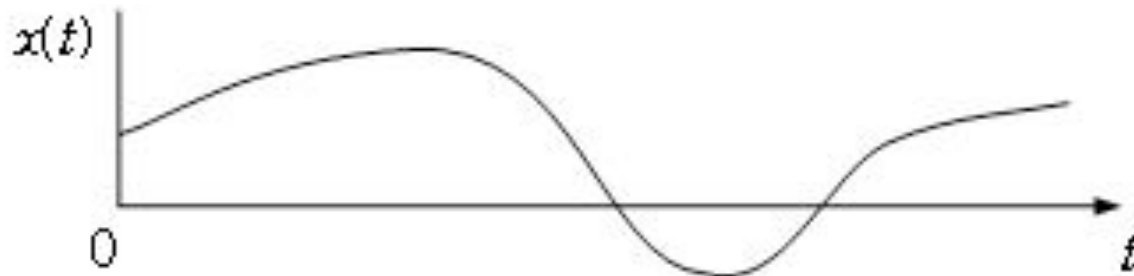
# Ideel sampler

## Impulståg

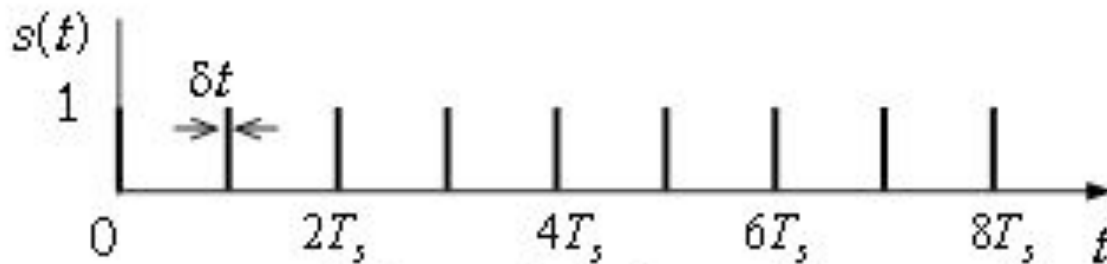


# Ideal sampler

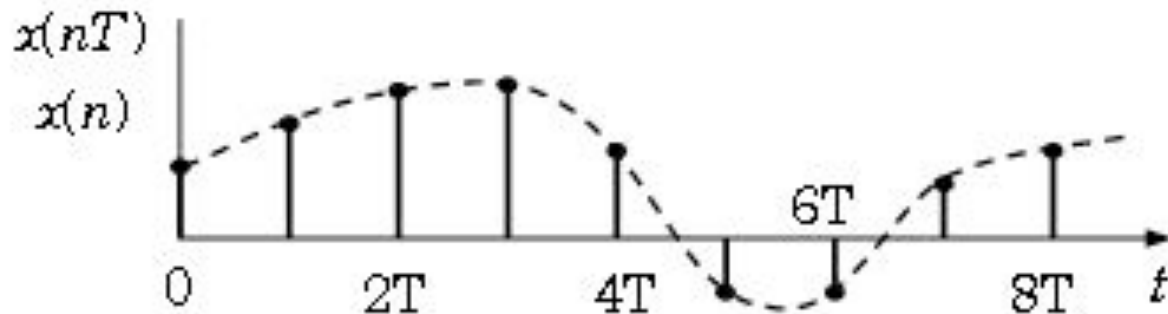
$$x[n] = x(t) \big|_{t=nT_s} = x(nT_s)$$



(a) Analog signal

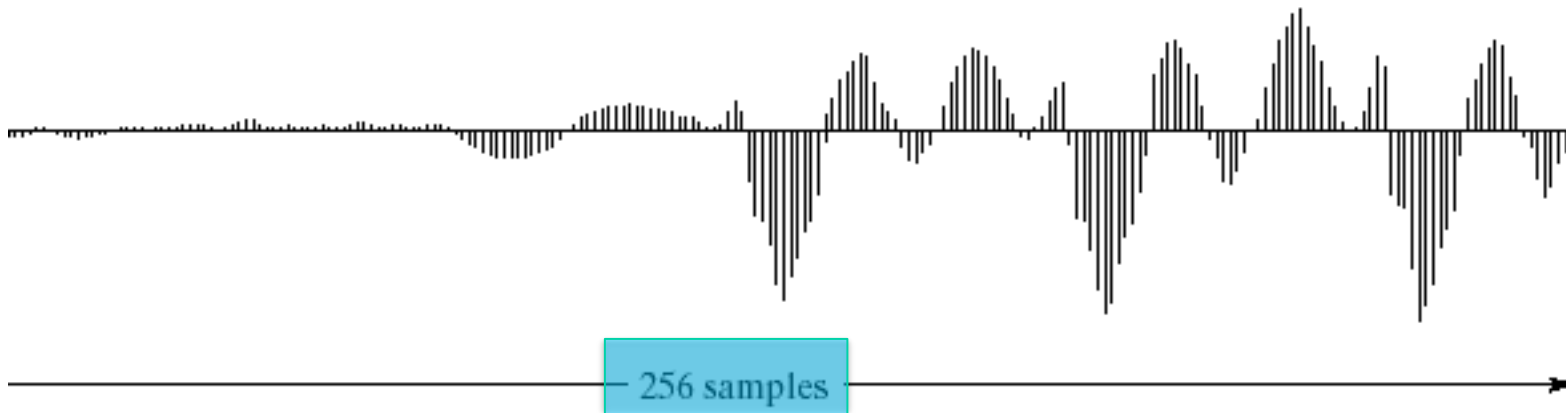
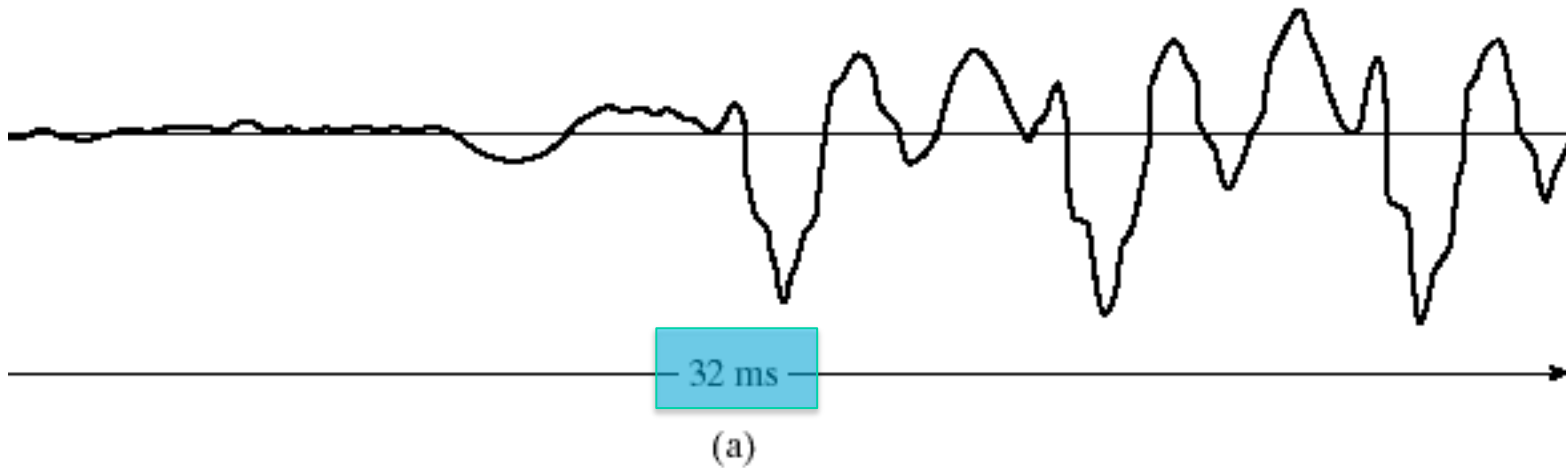


(b) Sampling function



# Ideal sampler

$$x[n] = x(t) \big|_{t=nT_s} = x(nT_s)$$



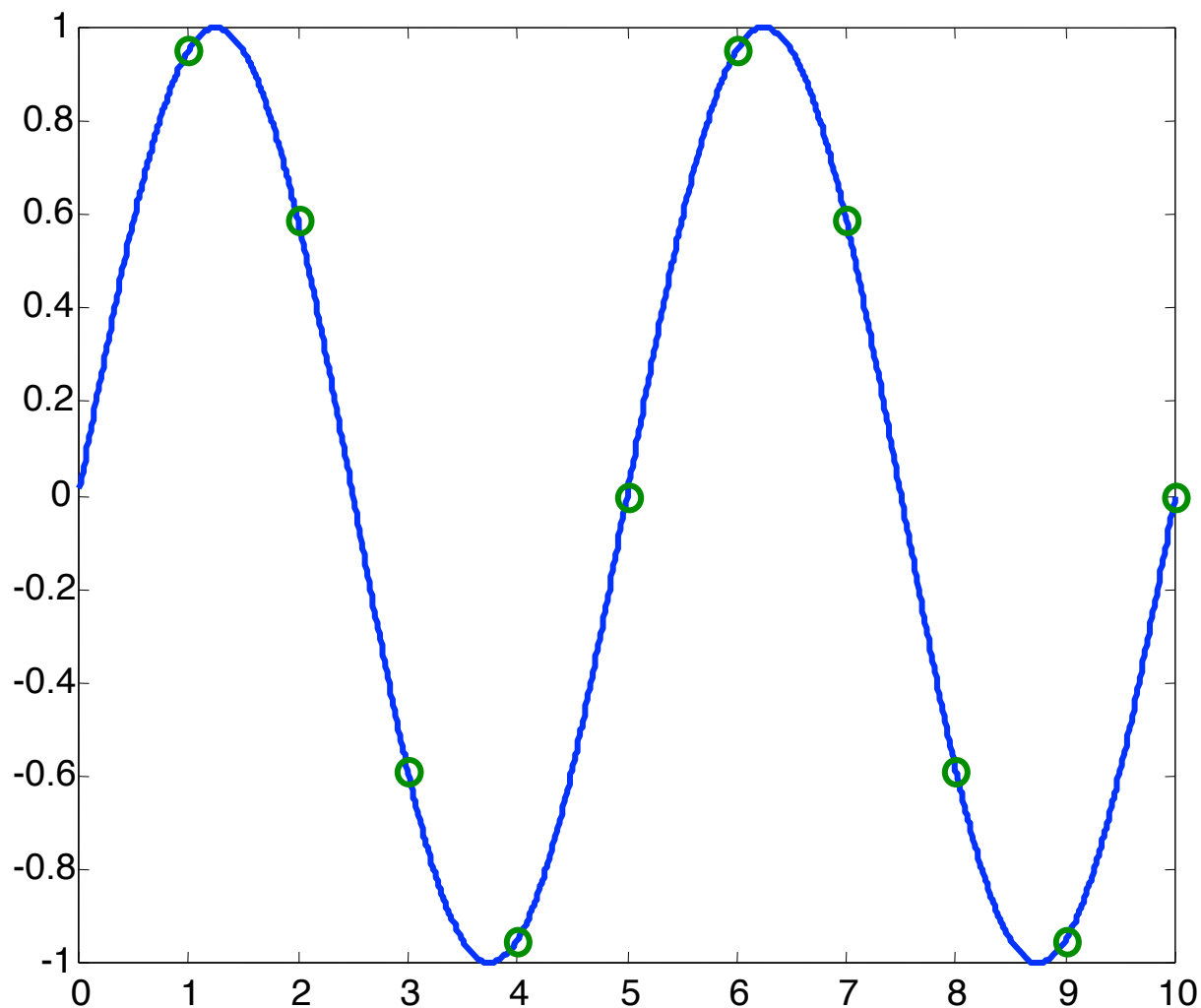
# Exempel

---

Signalen  $x(t) = e^{-600t} \sin(1000\pi t) u(t)$ , samplas med frekvensen 10 kHz. Bestäm den uppkomna tidsdiskreta funktionens utseende.

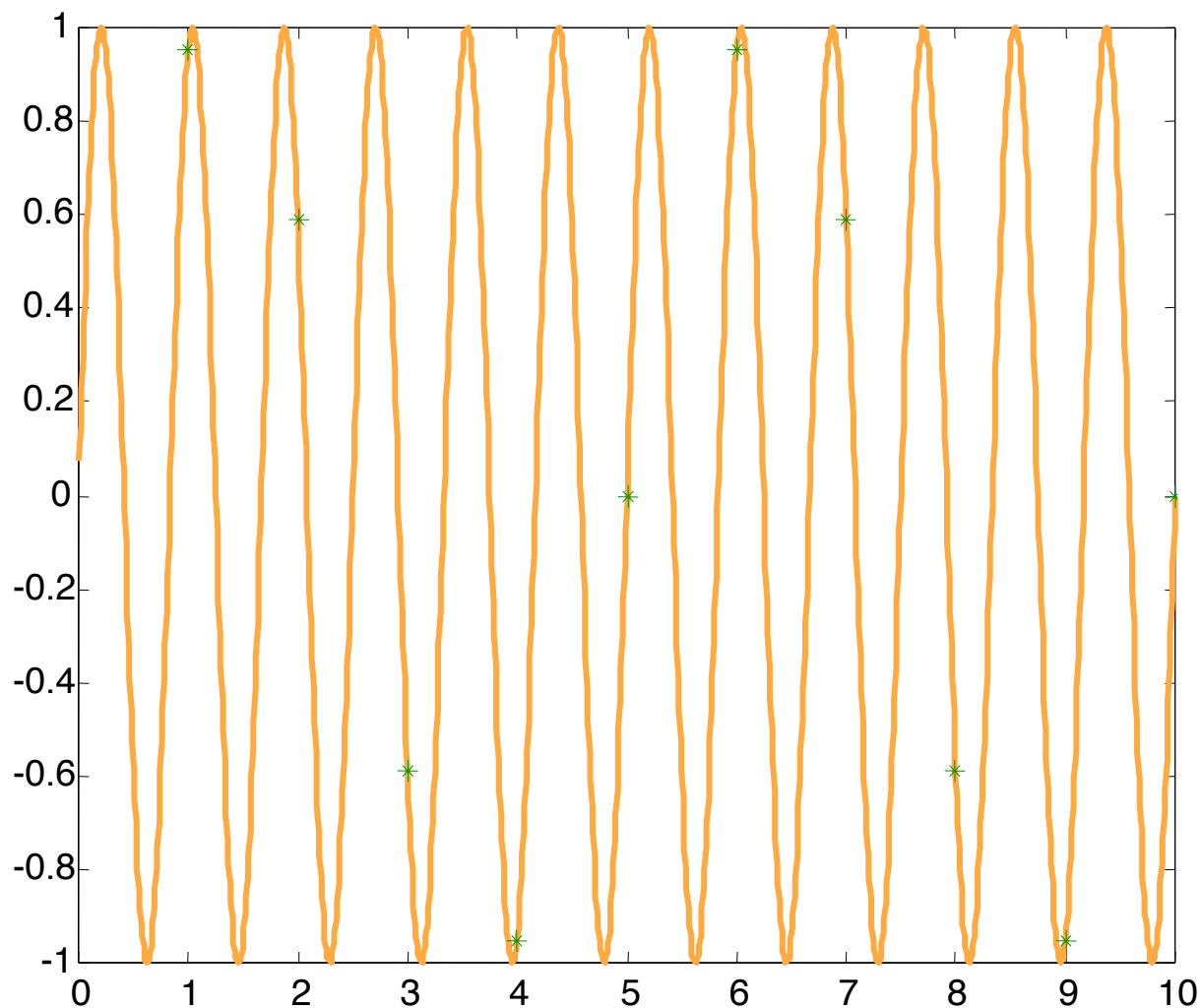
# Rollen av samplingsfrekvens

$$f_s > 2f_{\text{signal}}$$



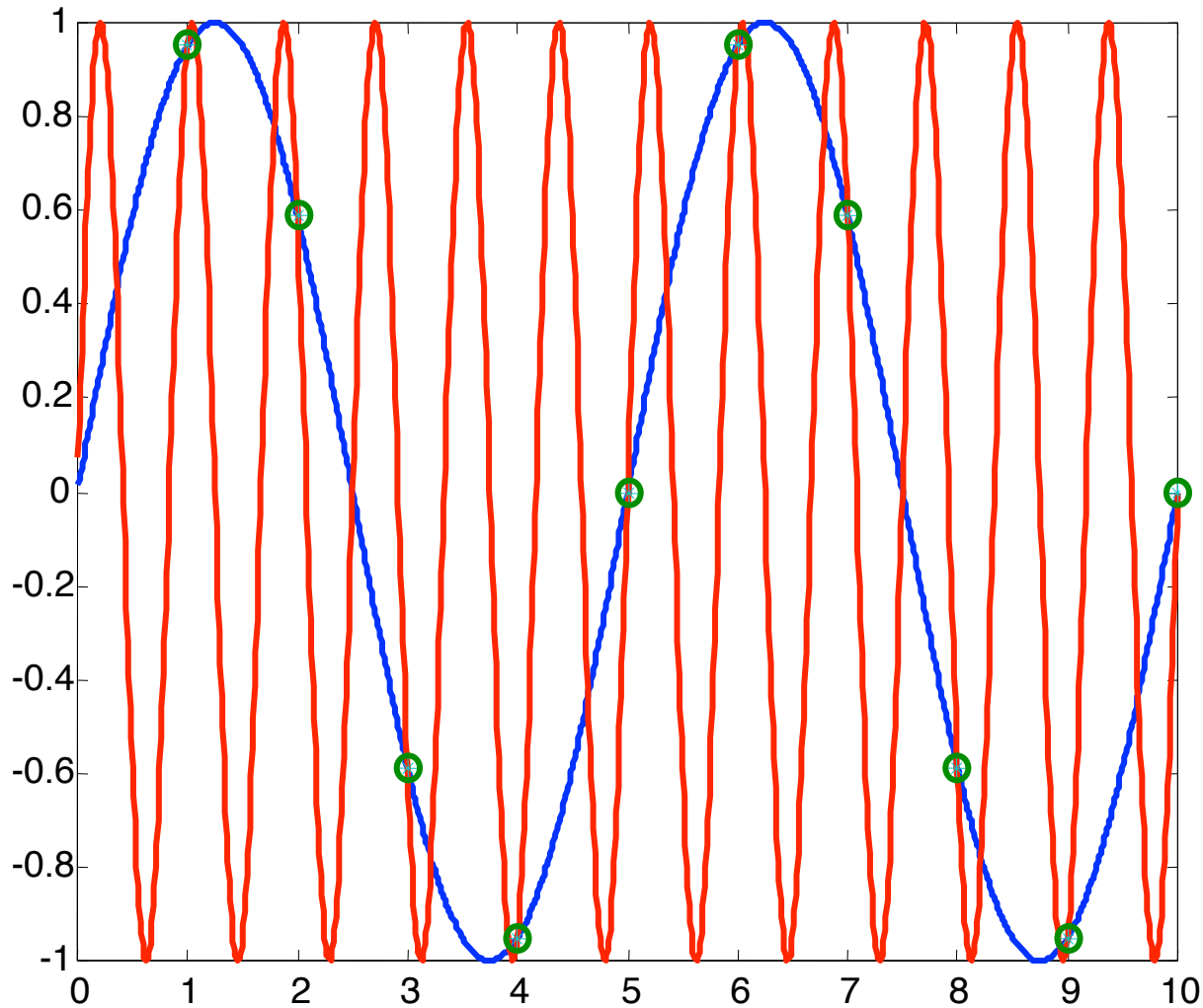
# Rollen av samplingsfrekvens

$$f_s < 2f_{\text{signal}}$$

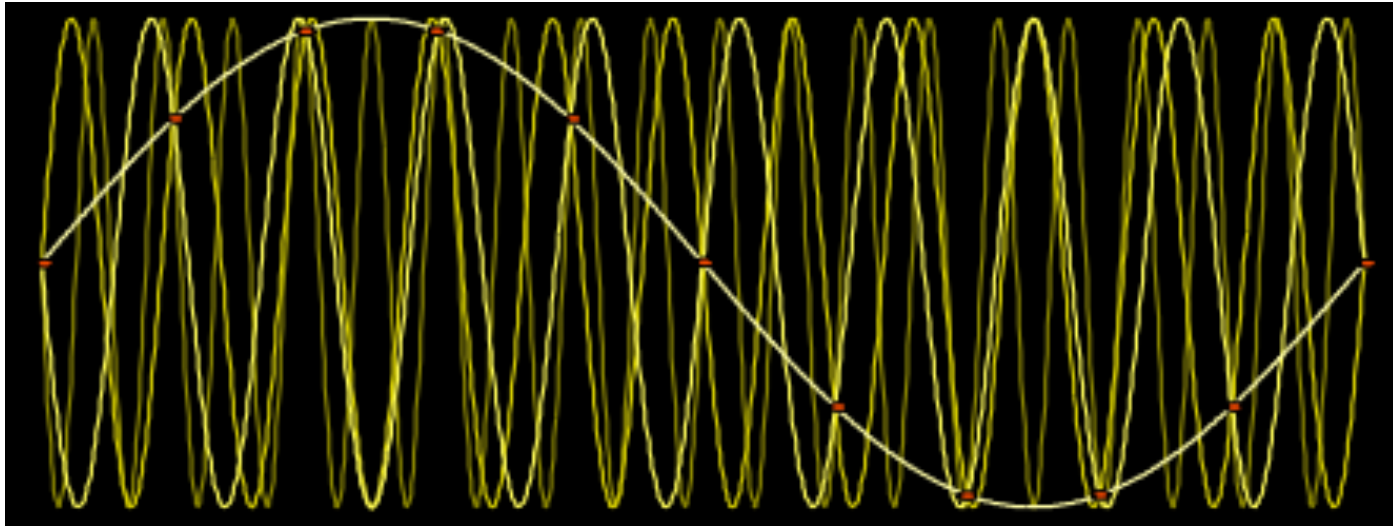


# Rollen av samplingsfrekvens

Signalerna kan förväxlas -  
vikning

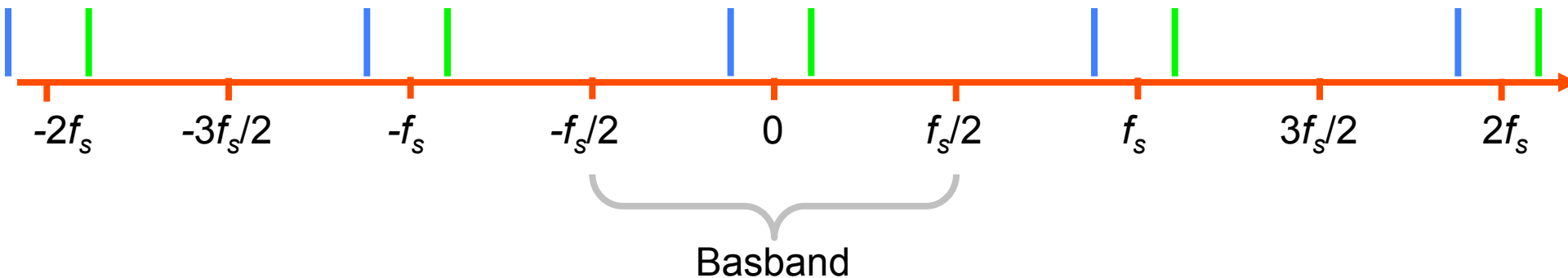


# Aliasing



Det finns ett *oändligt antal* sinusvågor som ger *exakt samma* sampelpunkter

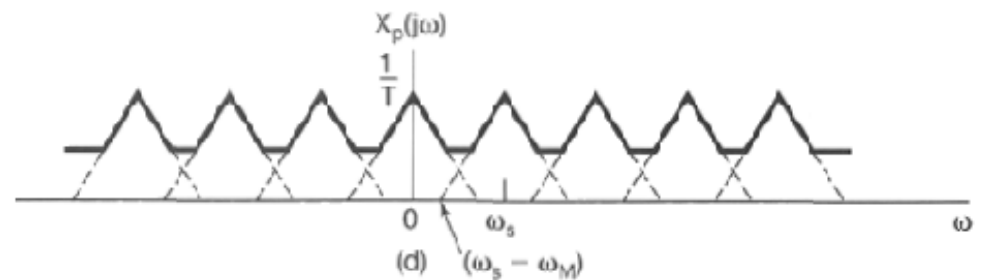
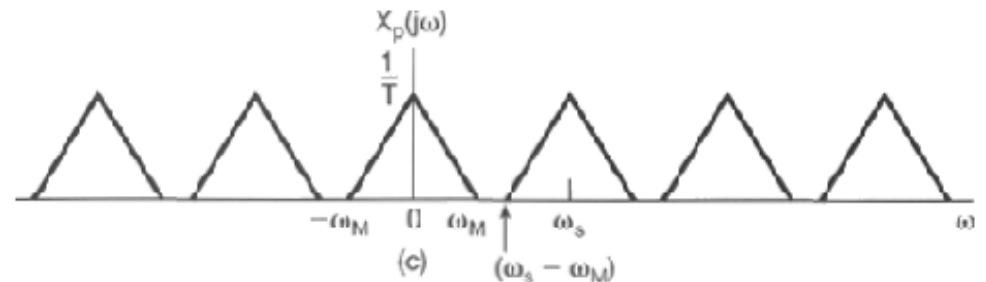
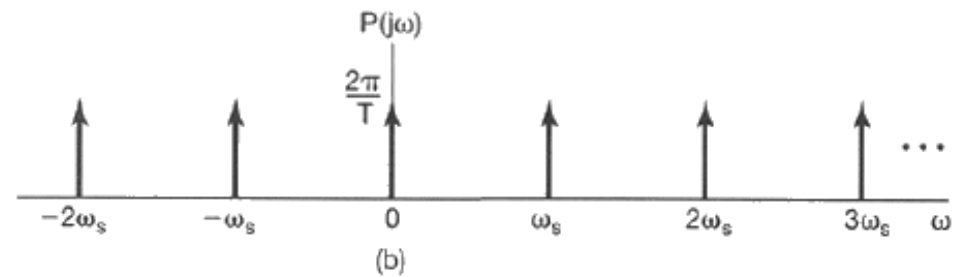
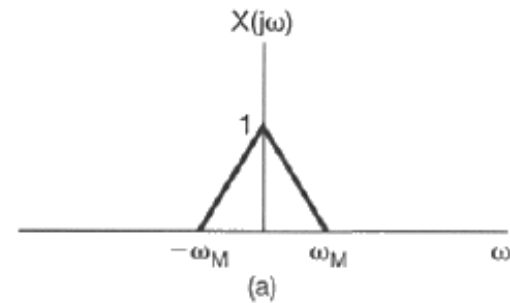
# Spektrum av en samplad signal



Frekvensspektrum speglas i alla multiplar av nykvistfrekvensen  $f_s/2$

Frekvensområdet  $[-f_s/2, f_s/2]$  kallas basbandet

# Spektrum av en samplad signal



# Samplingsteoremet (Nyquist)

---

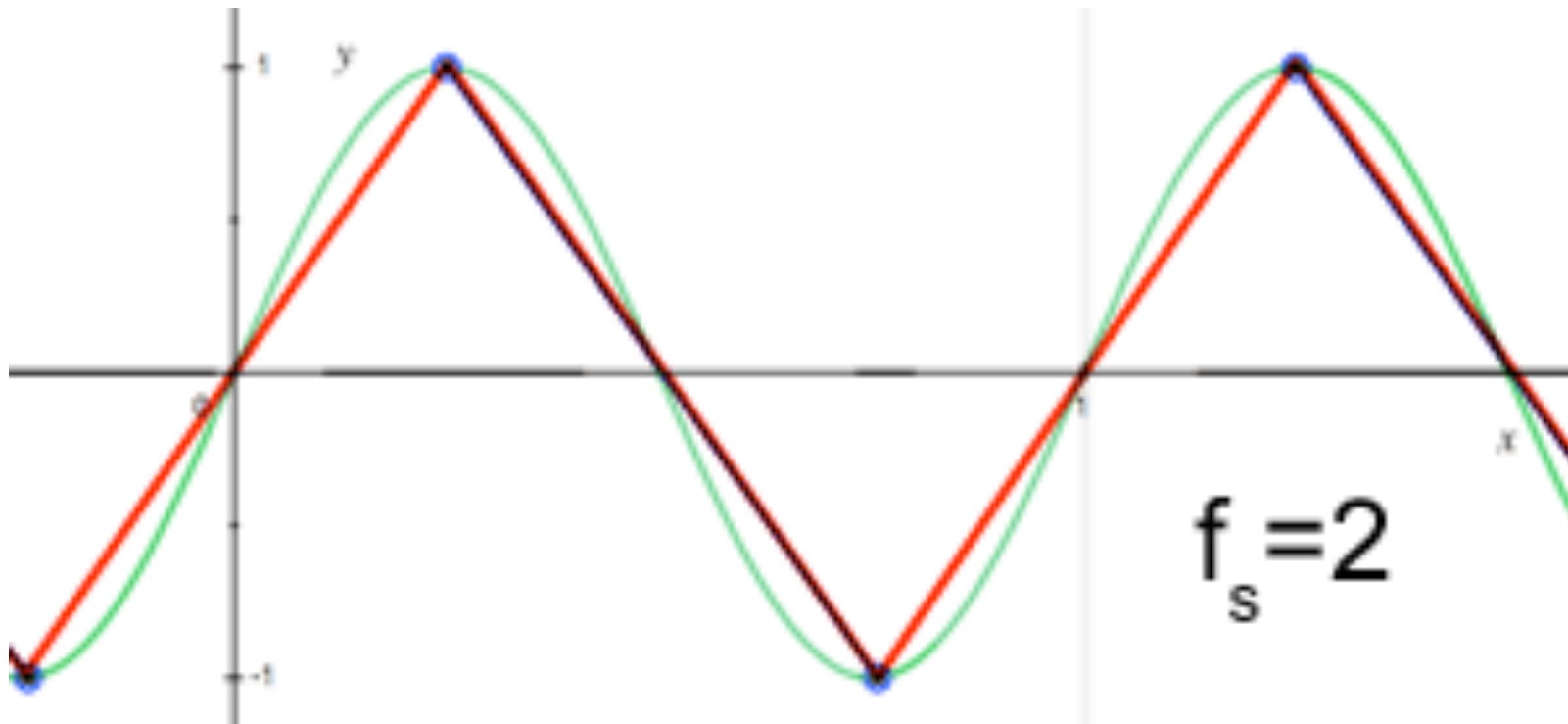
Om en bandbegränsad signal skall kunna återvinnas ur sina sampel måste samplingsfrekvensen men en faktor 2 överstiga den högsta frekvens som signalen innehåller

$$f_{sample} > 2 f_{MAXsignal}$$

Alternativt

En signal kan samplas korrekt om den inte innehåller frekvenser över halva samplingsfrekvensen (*Nyquistfrekvensen*)

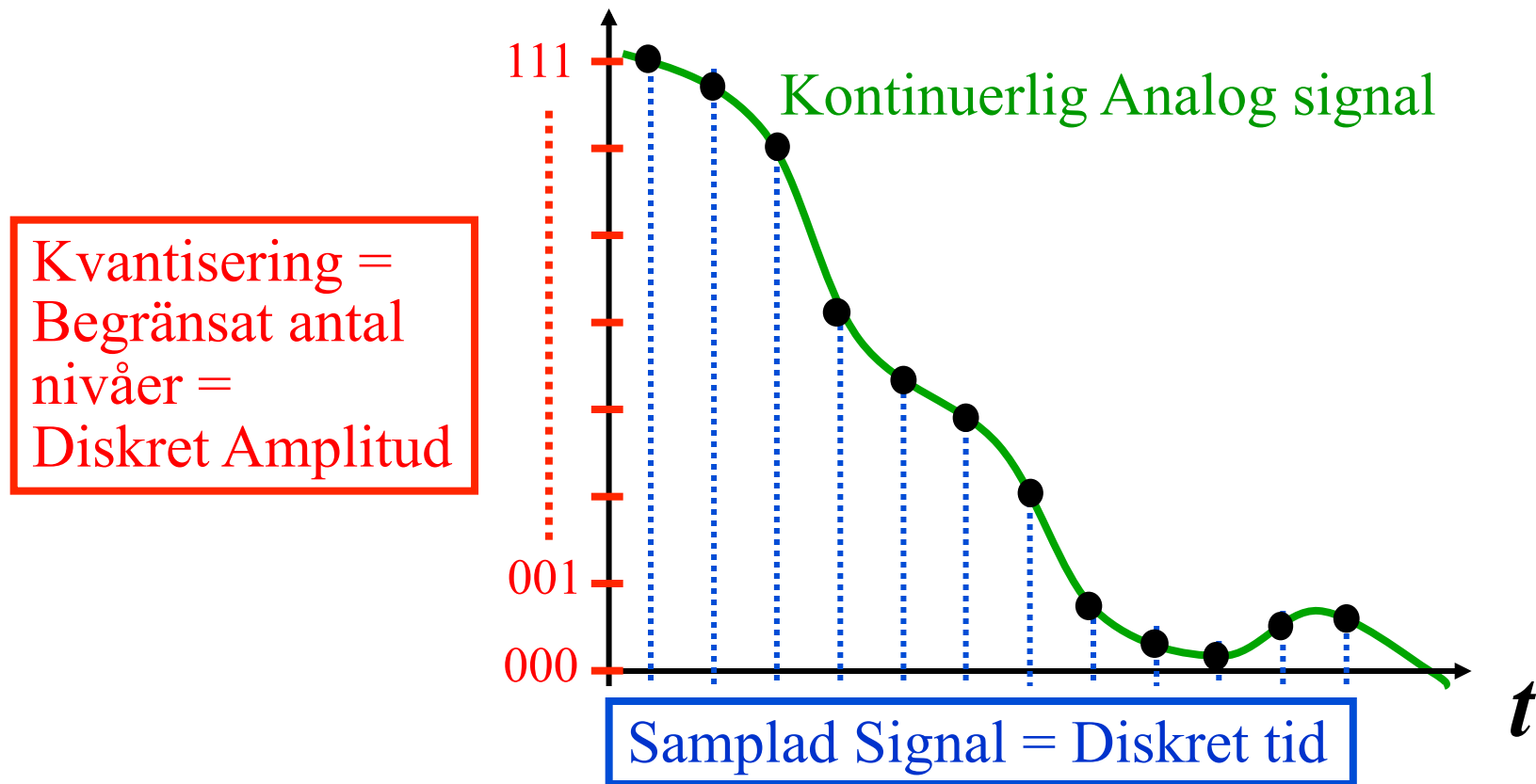
# Sinusvåg samplad med Nyquistfrekvens



---

Digital signal

# Digitala signaler



Digital Signal = Diskret tid och amplitud

# Binära talstyper

MSB =  
Most Significant Bit

LSB =  
Least Significant Bit  
Minsta förändringen

N bitar  
↓  
 $2^N$  ord

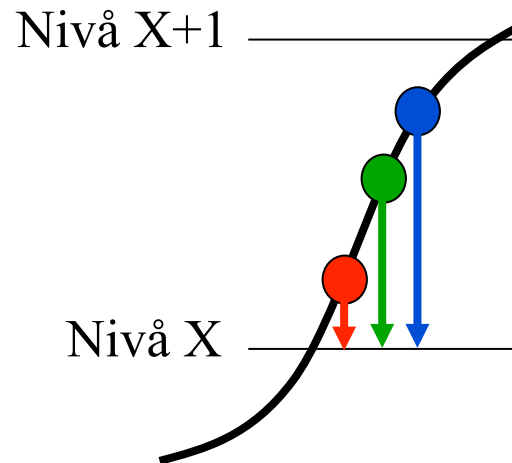
|  | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ |     |
|--|-------|-------|-------|-----|
|  | 0     | 0     | 0     | (0) |
|  | 0     | 0     | 1     | (1) |
|  | 0     | 1     | 0     | (2) |
|  | 0     | 1     | 1     | (3) |
|  | 1     | 0     | 0     | (4) |
|  | 1     | 0     | 1     | (5) |
|  | 1     | 1     | 0     | (6) |
|  | 1     | 1     | 1     | (7) |

$V_{fs} =$   
 $V_{full\ scale} =$   
 $1\text{LSB} \cdot 2^N$   
(Med denna definition  
kan inte  $V_{fs}$  nås)

$$V_{outmax} = V_{LSB}(2^N - 1)$$

OBS!

$$2+2=5$$

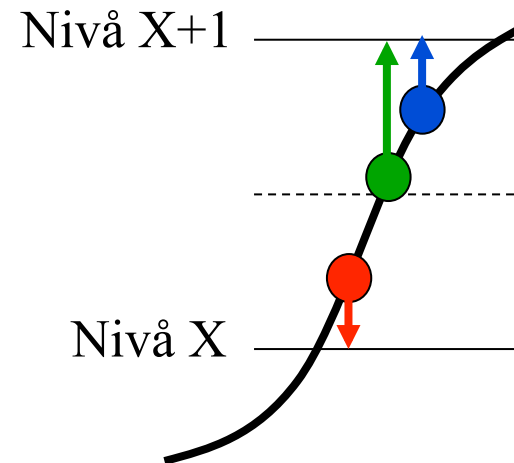


### Trunkering

Alla värden mellan två nivåer approximeras åt samma håll

Maximalt fel = 1LSB

$$(2.4+2.4=4.8)$$



### Avrundning

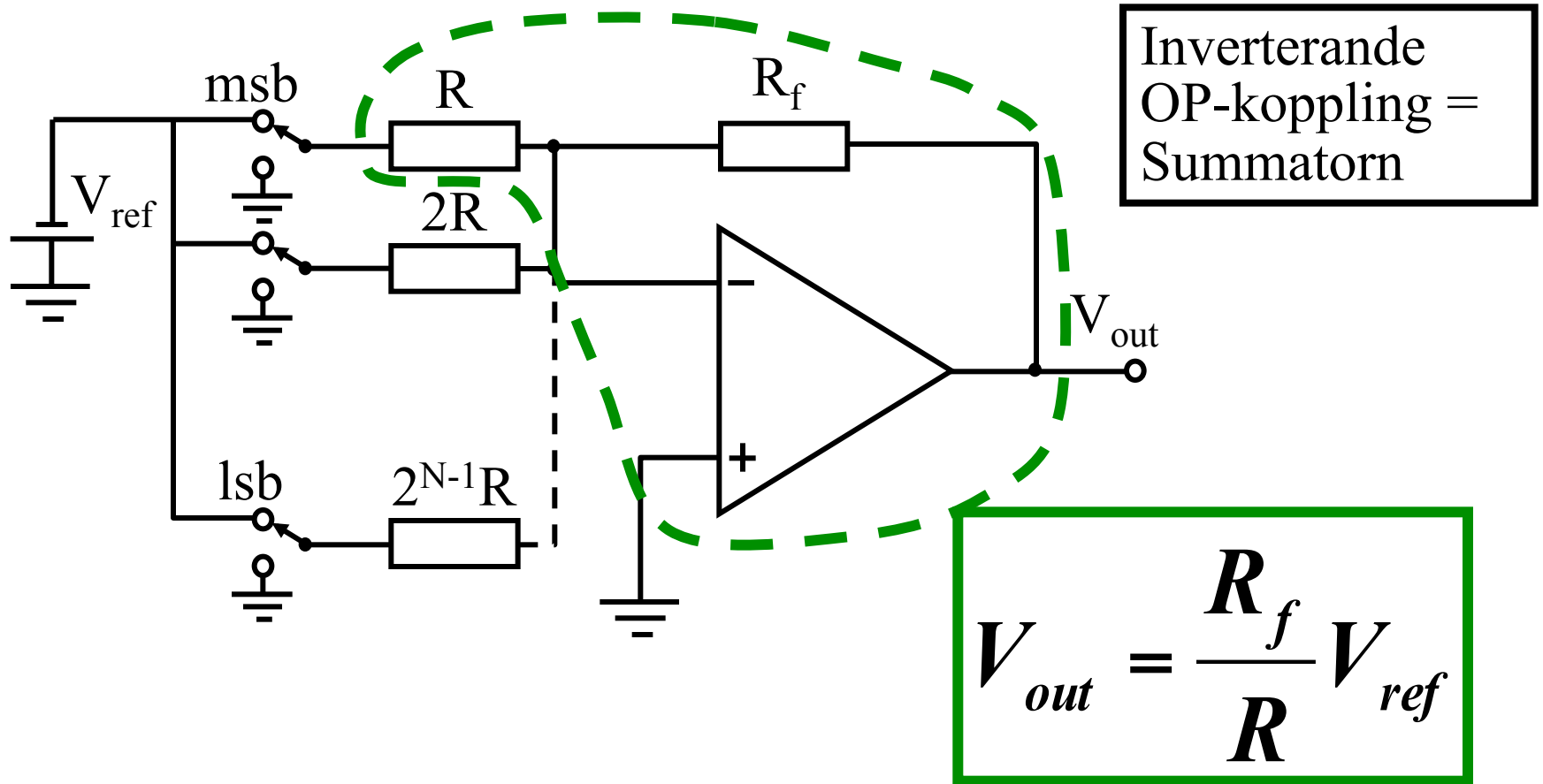
Värden approximeras antingen upp eller ner

Maximalt fel = 1/2 LSB

$$(2\pm0.5+2\pm0.5=4\pm1.0)$$

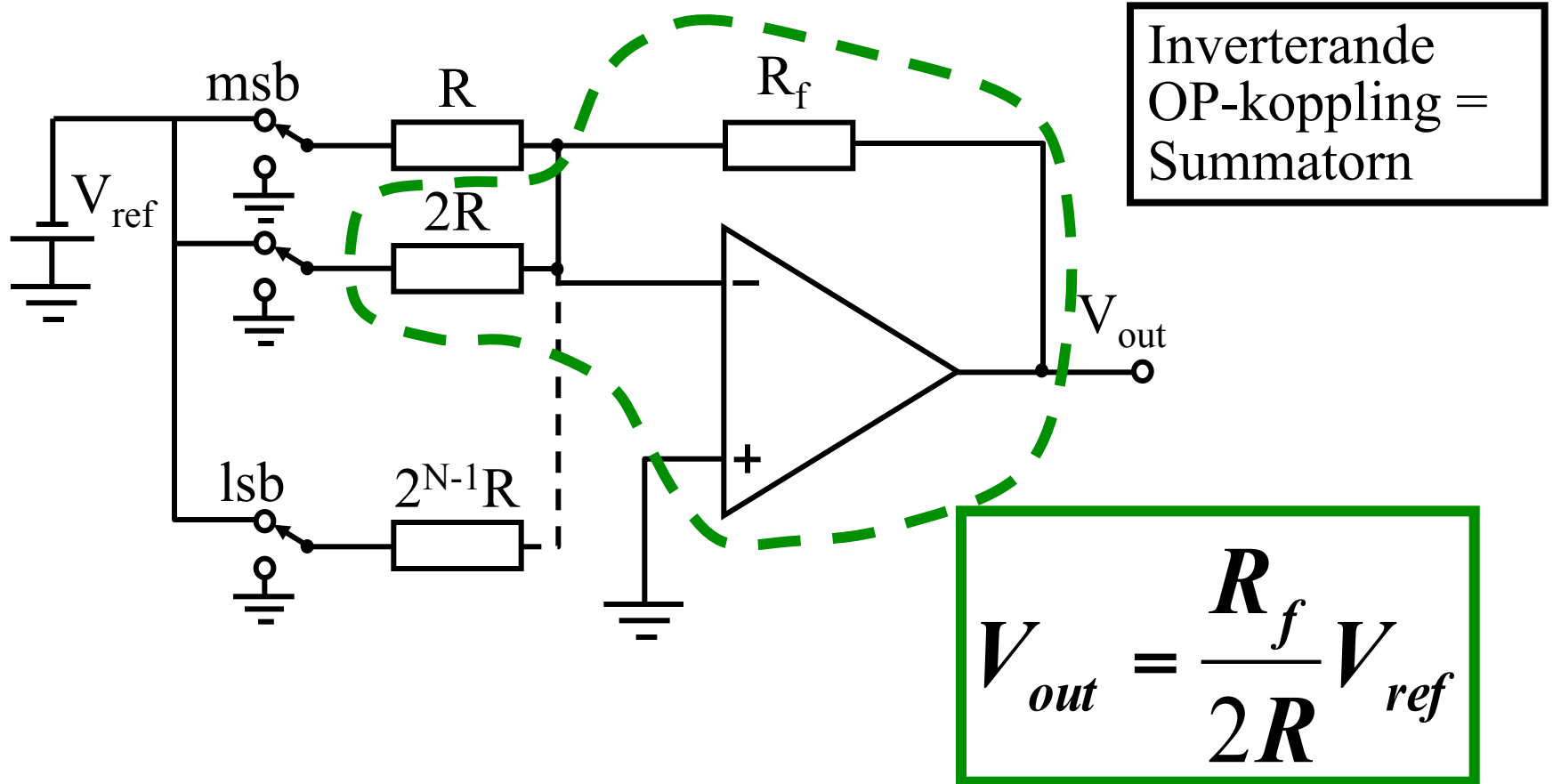
# Tillbaka till analogt

## D/A omvandlare



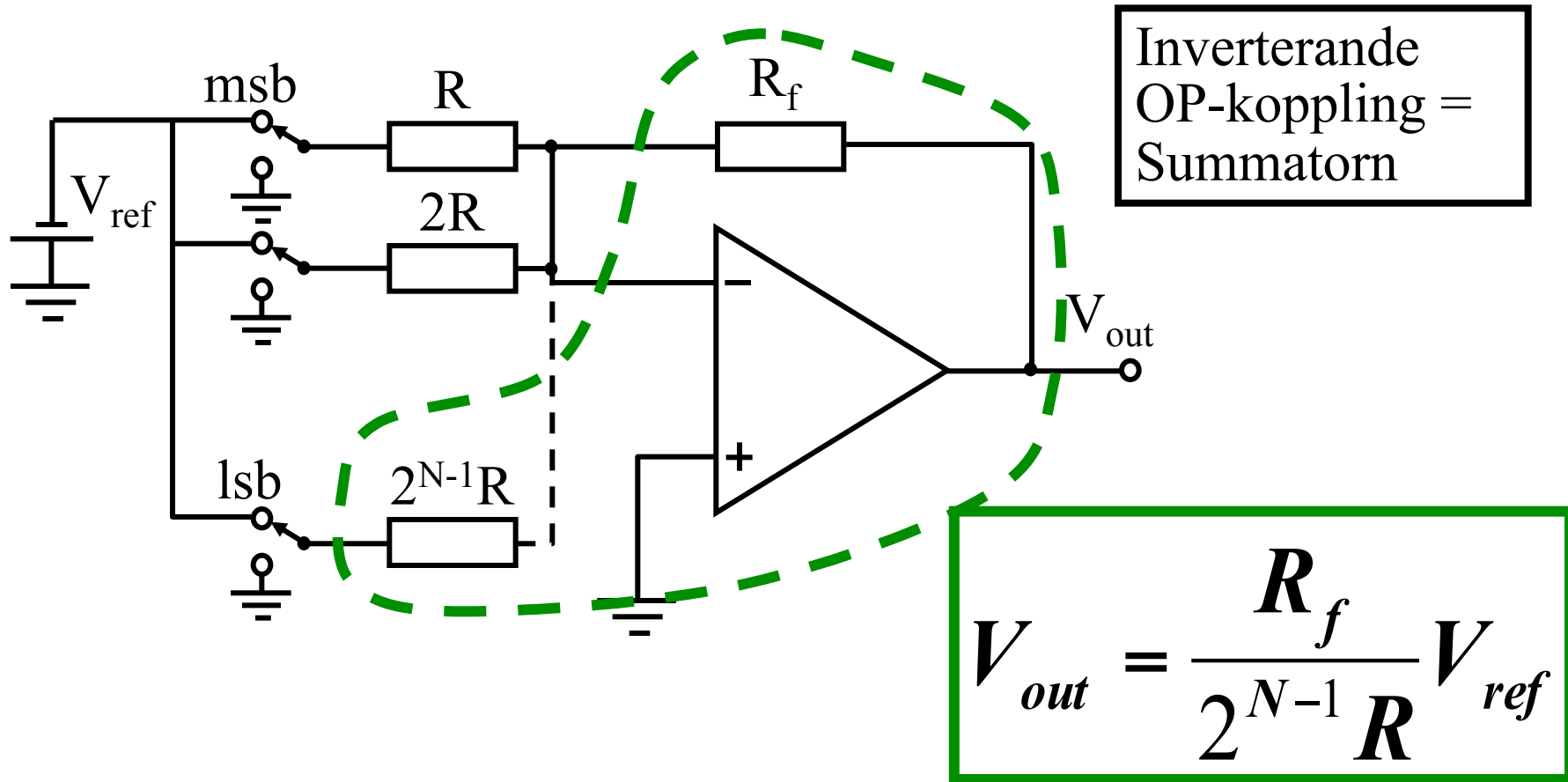
# Tillbaka till analogt

## D/A omvandlare



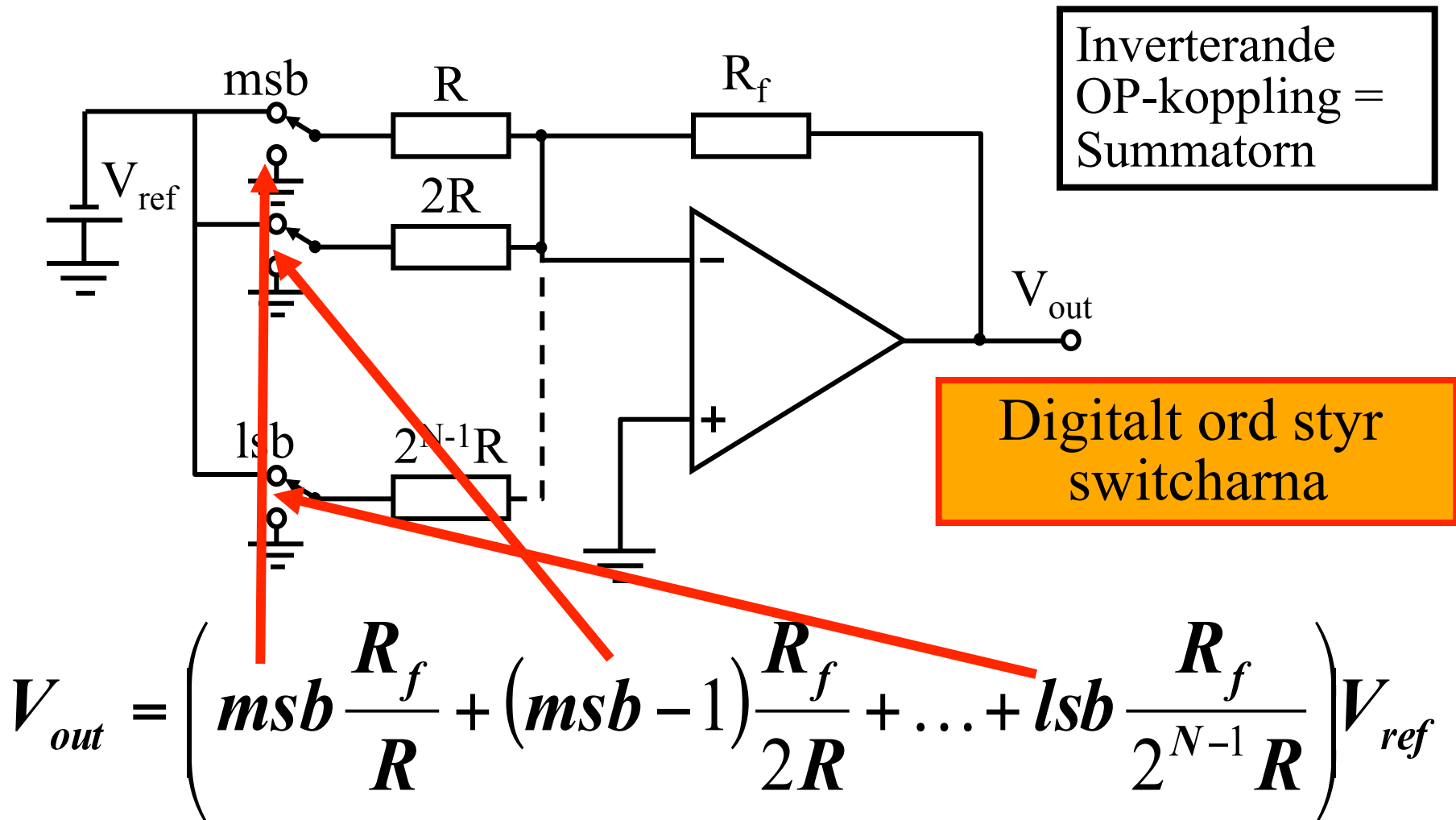
# Tillbaka till analogt

## D/A omvandlare



# Tillbaka till analogt

## D/A omvandlare

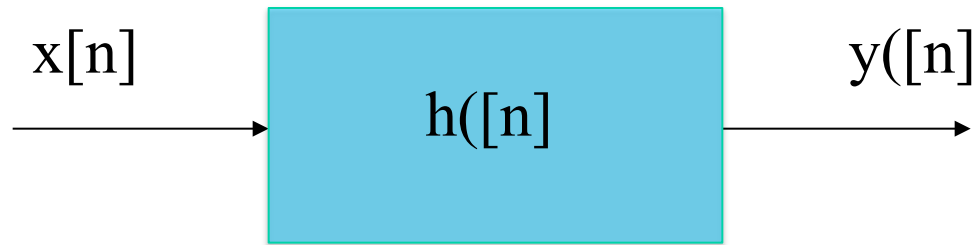


---

# Tidsdiskreta system

# Systemegenskaper

---



**Linjäritet**

**Minne**

**Tidsinvarians**

**Inverterbarhet**

**Stabilitet**

**Kausalitet**

# Systemegenskaper

---

## Linjäritet

**1 Additivitet:**  $T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$

**2 Skaling:**  $T\{ax[n]\} = aT\{x[n]\}$

$$y[n] = x[n - n_o]$$

I detalj:

$$\begin{aligned} T\{x_1[n] + x_2[n]\} &= x_1[n - n_o] + x_2[n - n_o] \\ T\{x_2[n]\} + T\{x_1[n]\} &= x_1[n - n_o] + x_2[n - n_o] \\ T\{ax[n]\} &= ax_1[n - n_o] \\ aT\{x[n]\} &= ax_1[n - n_o] \end{aligned}$$

# Systemegenskaper

## Tidsinvarians

tidsförskjutning över insignalen resulterar endast i samma tidsskift i utsignalen

$$y[n] = T\{x[n]\} \Rightarrow y[n - n_o] = T\{x[n - n_o]\}$$

### *Exempel*

$$y[n] = (x[n])^2$$

Delay the input the output is

$$y_1[n] = (x[n - n_o])^2$$

Delay the output gives

$$y[n - n_o] = (x[n - n_o])^2$$

$$y[n] = x[Mn]$$

Delay the input the output is

$$y_1[n] = x[Mn - n_o]$$

Delay the output gives

$$y[n - n_o] = x[M(n - n_o)]$$

# Systemegenskaper

---

## Kausalitet

$y[n]$  bildas enbart av nuvarande och tidigare värden på  $x$ .

*Exempel:*

$$y[n] = x[n] + x[n-1]$$

## Minne

$y[n]$  bildas enbart av nuvarande värden på  $x$ .

Ex. System utan minne  $y[n] = k \cdot x[n]$

Ex. System med minne  $y[n] = k_1 x[n] + k_2 x[n-1]$

# Systemegenskaper

## Stabilitet

Ett system sägs vara BIBO\*-stabilt om och endast om alla begränsade insignaler resulterar i en begränsad utsignal

$$|x[n]| \leq B_x < \infty \Rightarrow |y[n]| \leq B_y < \infty$$

*Exempel:*

$$y[n] = (x[n])^2$$

if input is bounded by  $|x[n]| \leq B_x < \infty$

output is bounded by  $|y[n]| \leq B_x^2 < \infty$

$$y[n] = \log_{10}(|x[n]|)$$

even if input is bounded by  $|x[n]| \leq B_x < \infty$

output not bounded for  $x[n] = 0 \Rightarrow y[0] = \log_{10}(|x[n]|) = -\infty$

## Exempel:

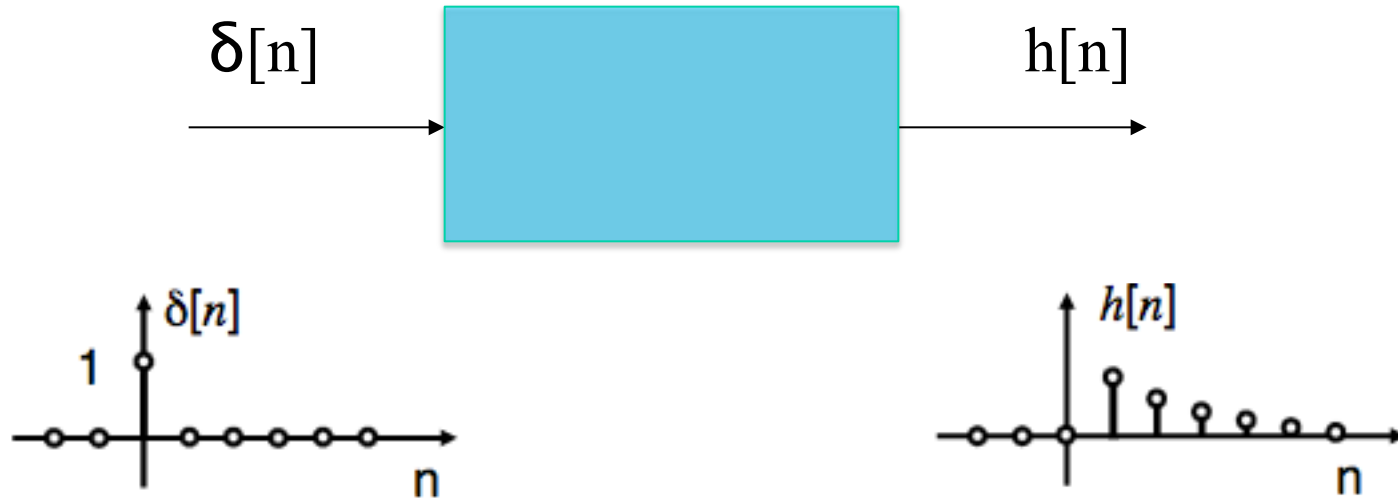
---

Bestäm om systemet  $y[n] = 7x[n] + 6$  är

- Invertibel
- Tidsinvariant
- Kausalt
- Linjär
- BIBO stabilt
- har Minne

# Impulssvar $h[n]$

Ett LTI-systems impulssvar  $h(n)$  är filtrets utsignal då insignalen är en *impuls*  $\delta(n)$



Faltning

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$$

# Faltning

---

Faltning är en matematisk operation som kombinerar två sekvenser med varandra

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$$

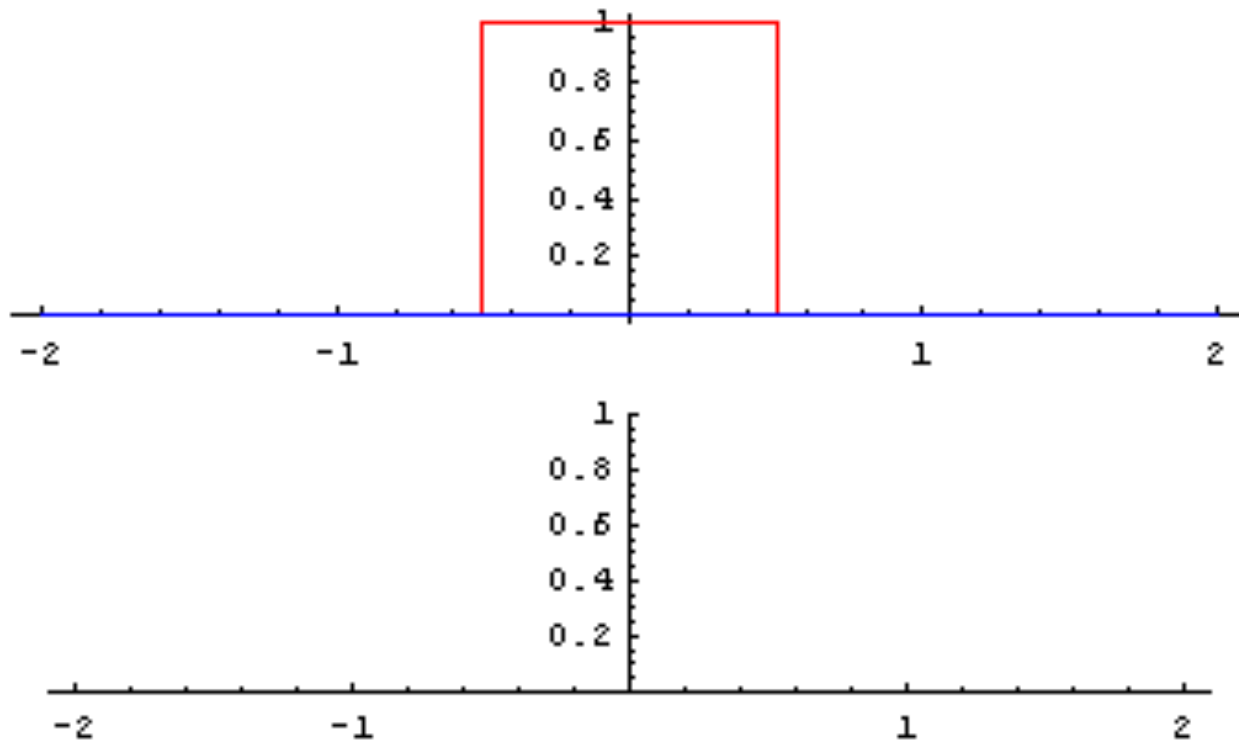
Ekvationen kan tolkas som att man

1. Vänder bak-och-fram på  $x(k)$  och förskjuter  $n$  steg
2. Multiplicerar med  $h(k)$
3. Summerar produkten över alla  $k$

# Faltning

---

## Kontinuerlig eksempel



## Exempel: faltning

---

Bestäm utsignalen  $y[n]$  av systemet med impulssvaret  $h[n]$  då insignalen är  $x[n]$ .