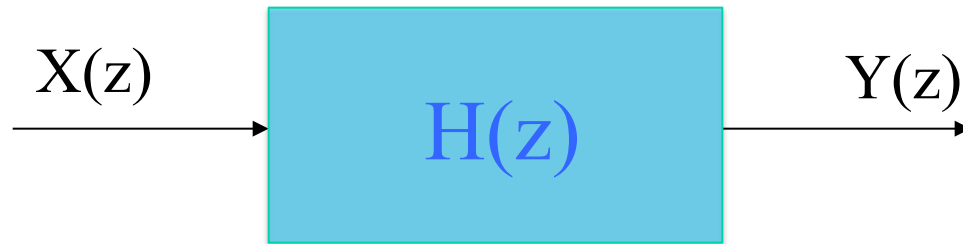


Idag

1. **Överförningsfunktion $H(z)$**
2. **Z-planet**
3. **Stabilitet**

Tidsdiskreta system i z-domän

System representering: Överförningsfunktion $H(z)$



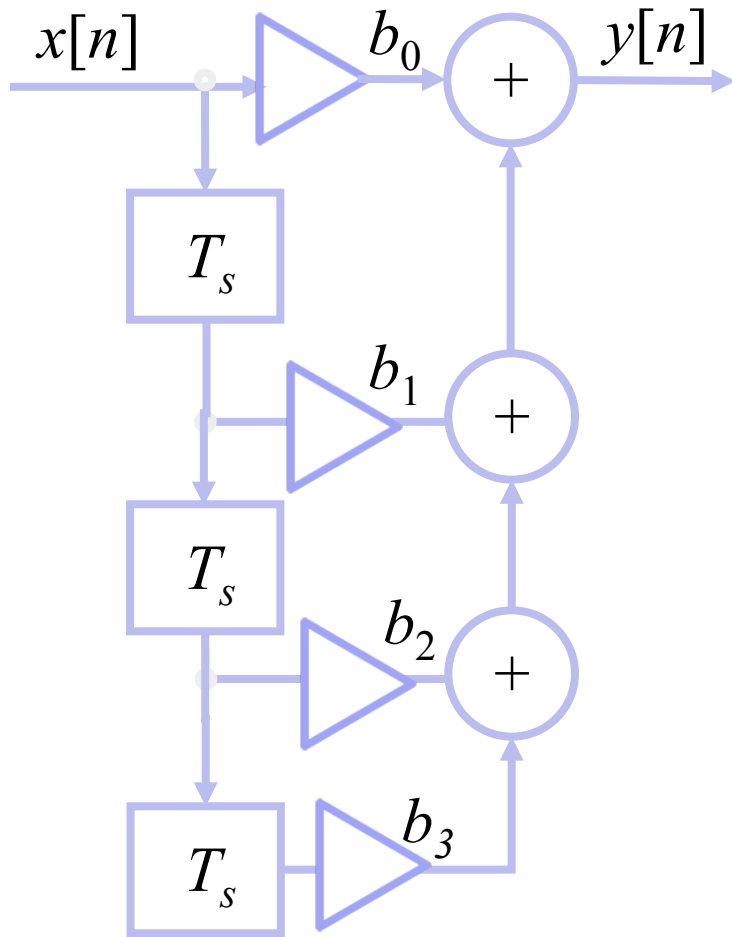
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Alternativ definition av $H(z)$

Z-transformerad impulssvar

Samband mellan Implussvar och Överföringsfunktion

Impulssvar $h[n]$ eller överföringsfunktion $H(z)$ är sammankopplade



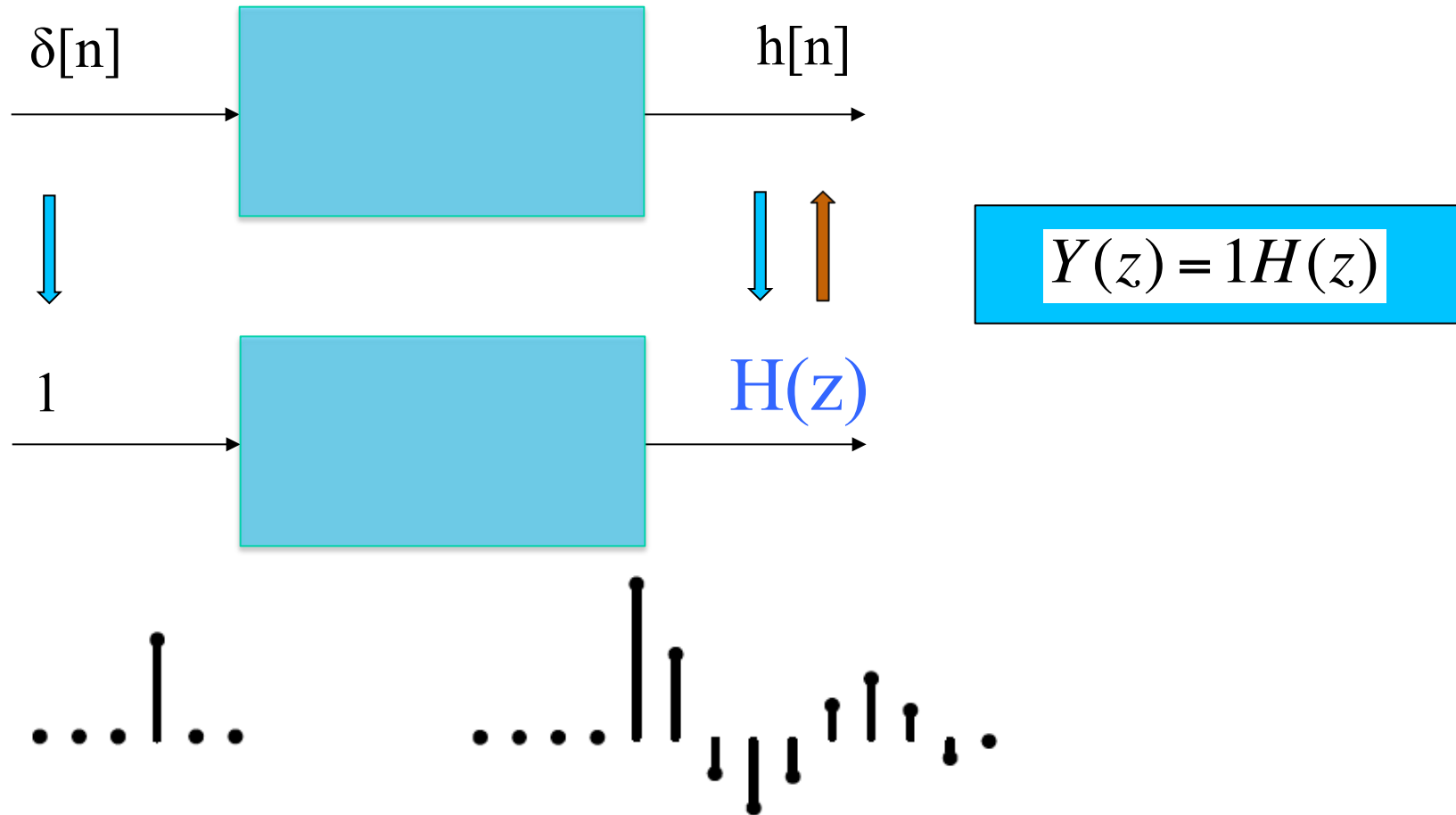
$$h[n] = [b_0, b_1, b_2, b_3]$$

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}$$

$$= \frac{b_0 z^3 + b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^3}$$

$$H(z) = \sum_{k=0}^3 h(k) z^{-k}$$

System representering: Överförningsfunktion $H(z)$



Alternativ definition av $H(z)$

Beskriver hur en linjärsystem svarar på en impuls

Rational x-transformen

För de flesta av praktiska signaler uttryckas z -transformen som ration av två polynomer

$$H(z) = \frac{b_0 z^N + b_1 z^{N-1} + \dots + b_M z^{N-M}}{z^N + a_1 z^{N-1} + \dots + a_N}$$

 nollställe

$$= \frac{k(z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_N)}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_M)}$$

pol 

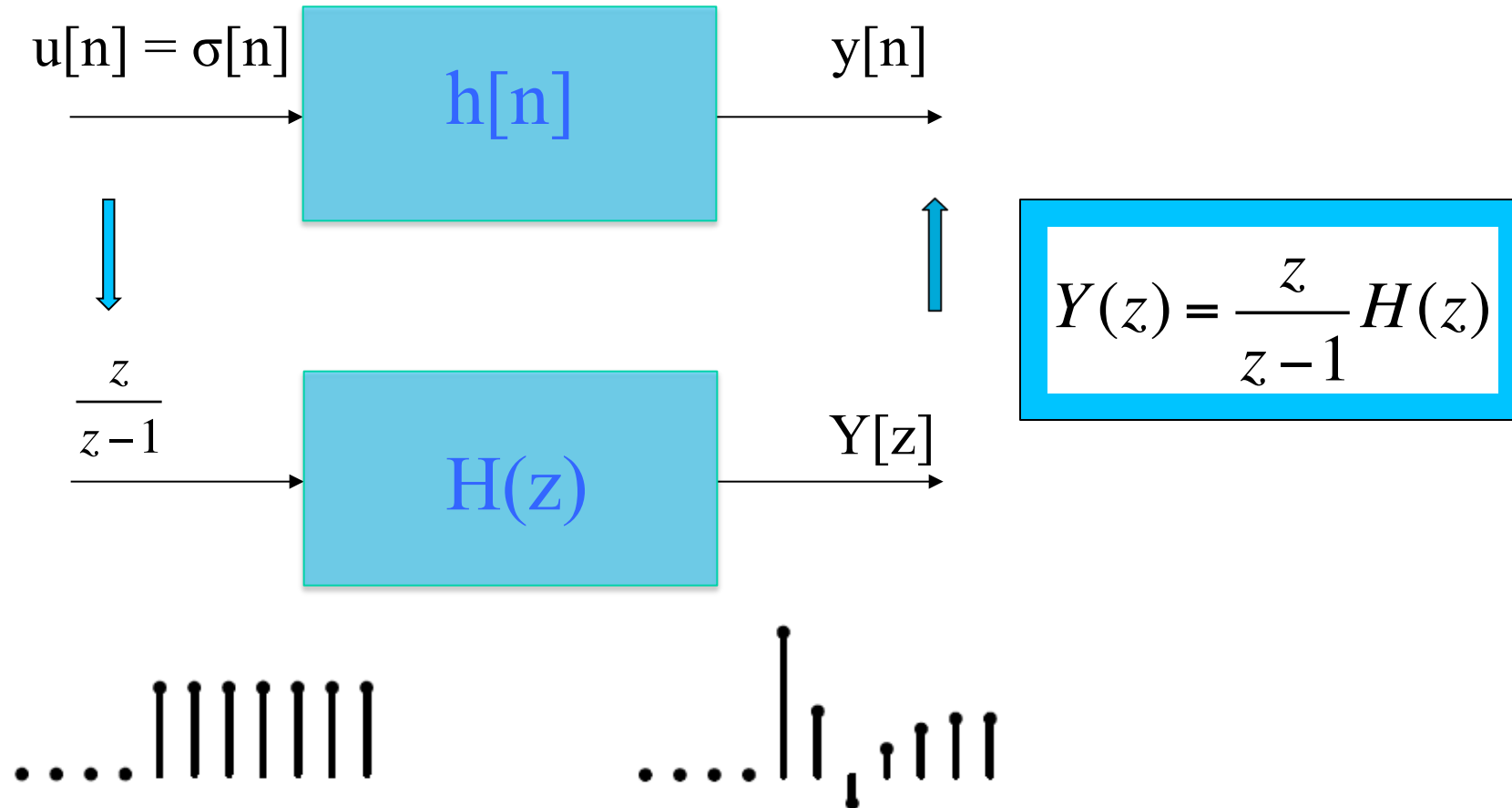
$H(z)$ kan studeras med hjälp av dess poler och nollställena i z -planet

Exempel

Bestäm överförningsfunktion av systemet resresenterad med differensekvation:

$$y[n] - y[n-1] + 0.5y[n-2] = x[n-1]$$

System representering: Stegsvår



Stegsvåret

Beskriver systemets egenskaper vid plötsliga stegvisa förändringar hos signalen

Exempel

Bestäm stegsvar av systemet med impulssvaret

$$h[n] = 0,8^n \sin[n*\pi/6]$$

Är systemet stabilt?

Z-planet

Samband mellan Laplace- och z-transform

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

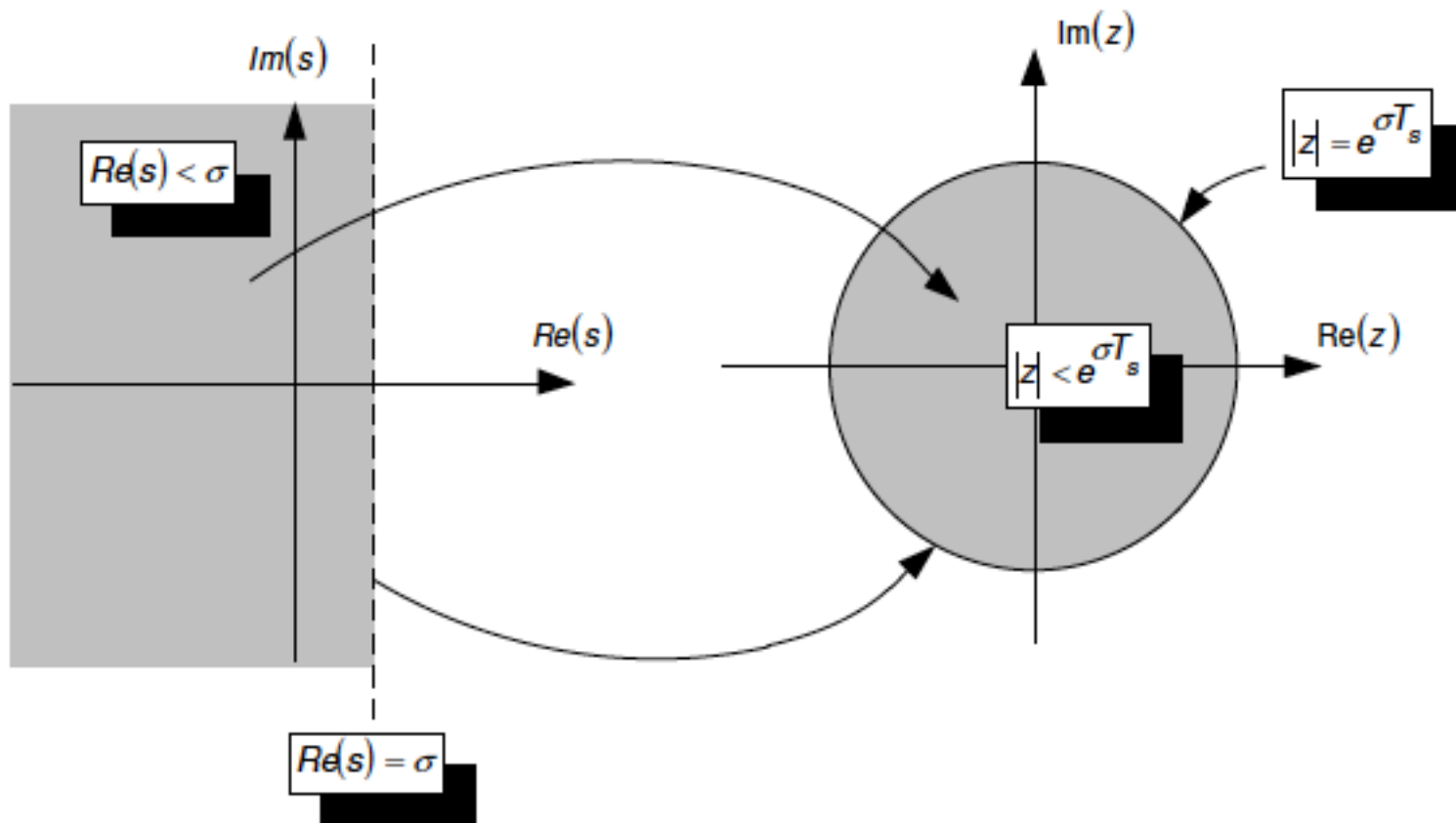
$$s = \sigma + j\omega$$

$$z = e^{sT_s}$$

$$\begin{aligned} z &= e^{sT_s} \\ &= e^{(\sigma + j\omega)T_s} \quad z = e^{\sigma T_s + j\omega T_s} \\ &= e^{\sigma T_s + j\Omega} \end{aligned}$$

Samband mellan Laplace- och z-transform

$H(z)$ är en *komplexvärd* funktion av en komplex variabel



Poler och nollställen

Ett system kan beskrivas i termer av poler och nollställen

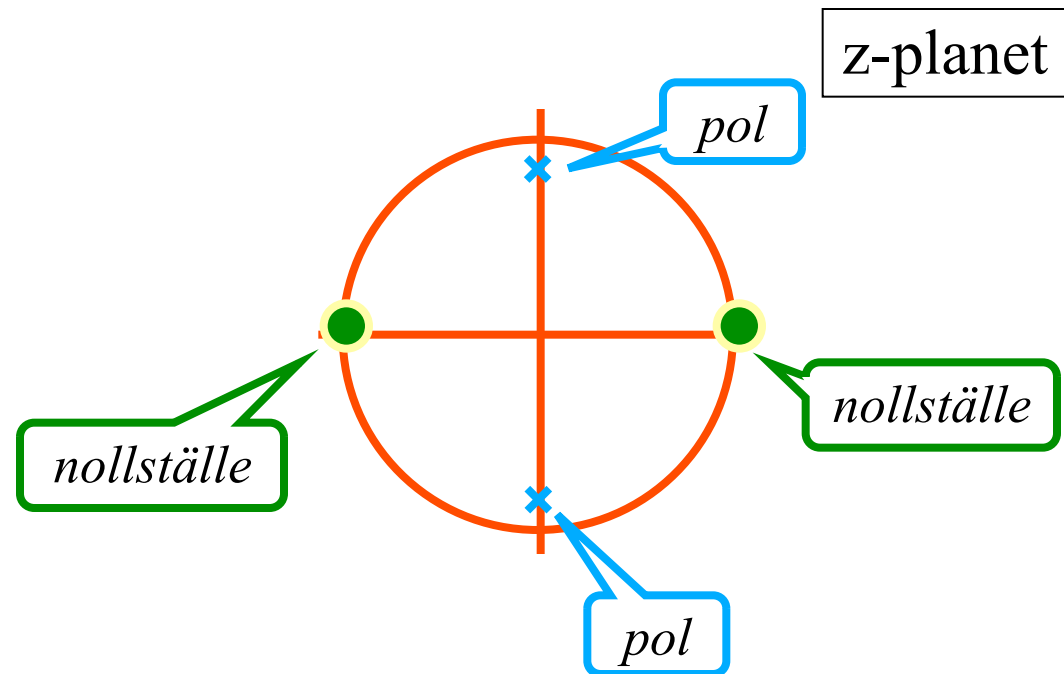
Plottas i z-planet som kryss och ringar

Om en pol och ett nollställe sammanfaller, så tar de ut varandra

Exempel:

$$H(z) = \frac{(z-1)(z+1)}{(z-0.9j)(z+0.9j)}$$

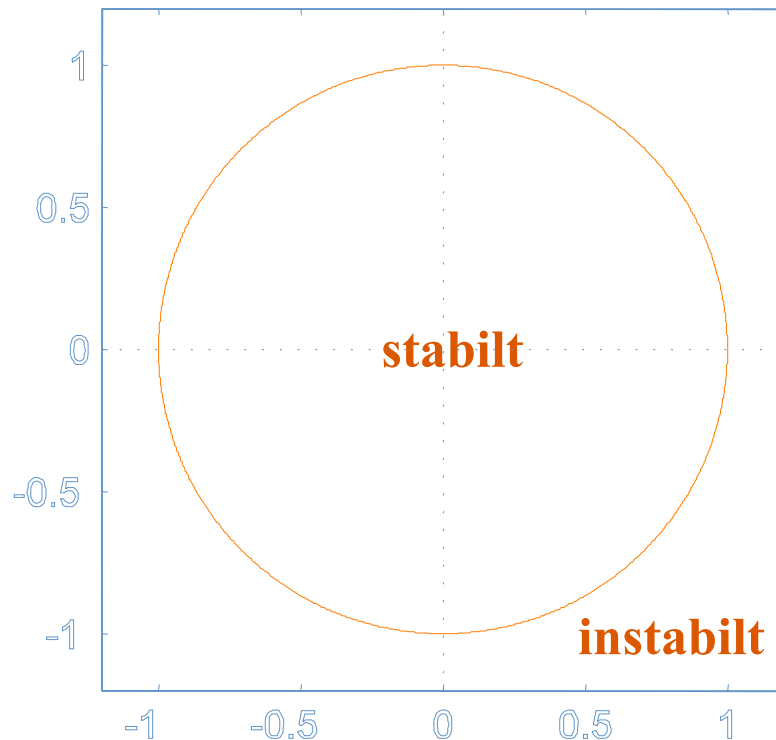
har nollställena i $z = \pm 1$
och poler i $z = \pm 0.9j$



Stabilitet

Insignal-utsignalstabilitet

Ett system är insignal-utsignalstabilt om en begränsad insignal leder till en begränsad utsignal.



Ett system är stabilt *om* alla poler ligger innanför enhetscirkeln

Poler och nollställen

Poler och nollställen som ej ligger på reella axeln
förekommer alltid parvis komplexkonjugerade

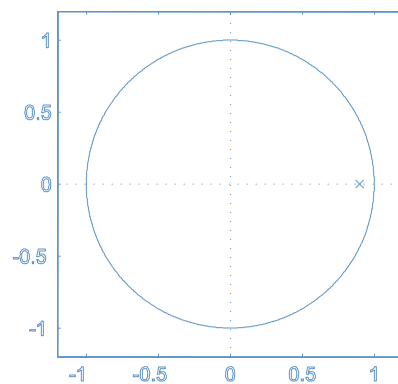
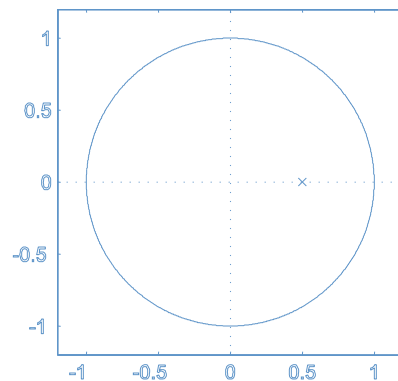
System utan återkoppling har endast nollställen

Ett återkopplat system har även poler

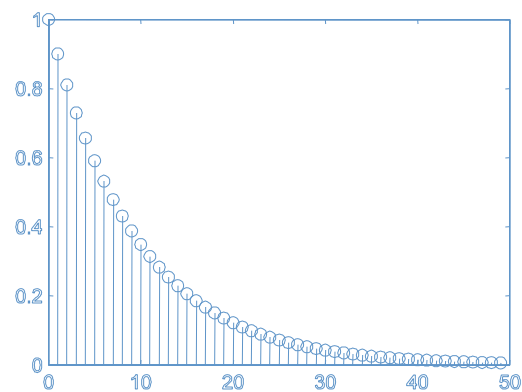
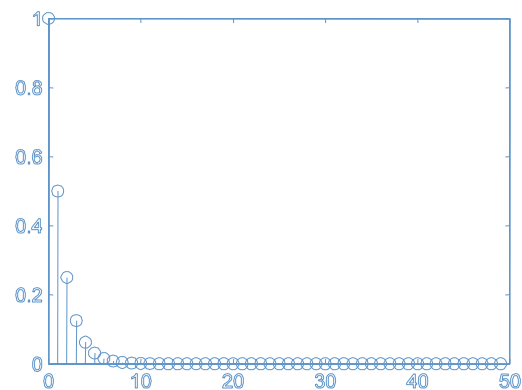
Samband mellan polläge och systemrespons

Polplacering

Poler
z-planet

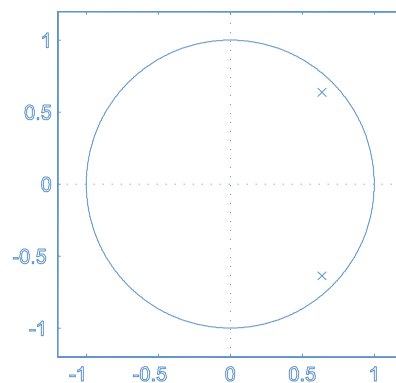
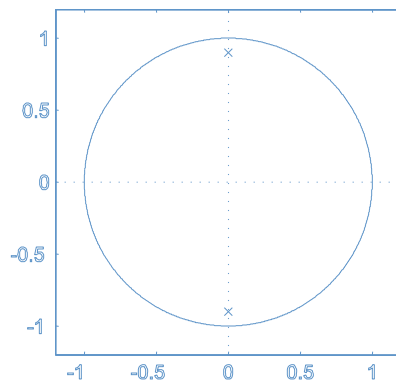


Impulssvar
tidsdomän

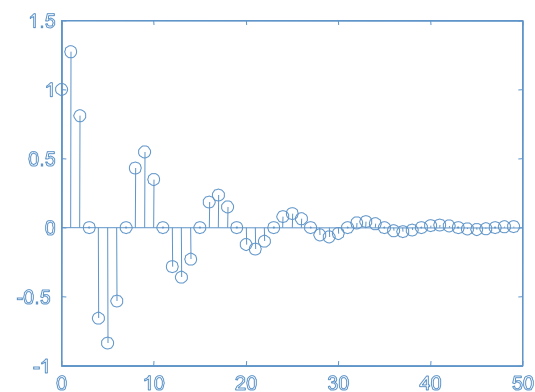
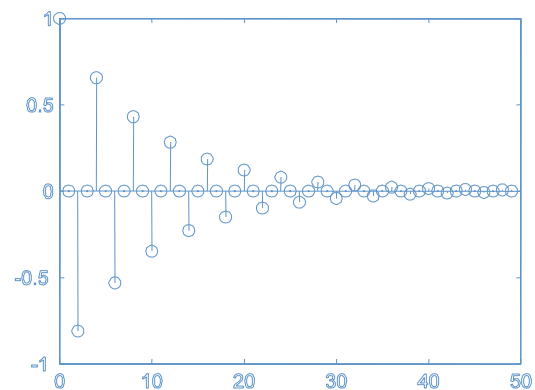


Polplacering

Poler
z-planet

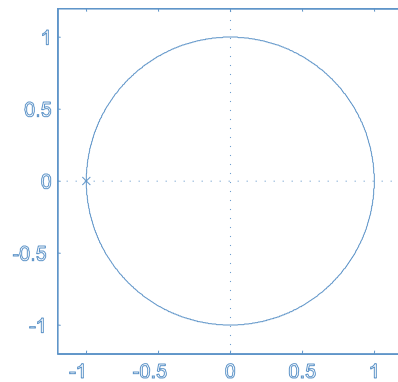


Impulssvar
tidsdomän

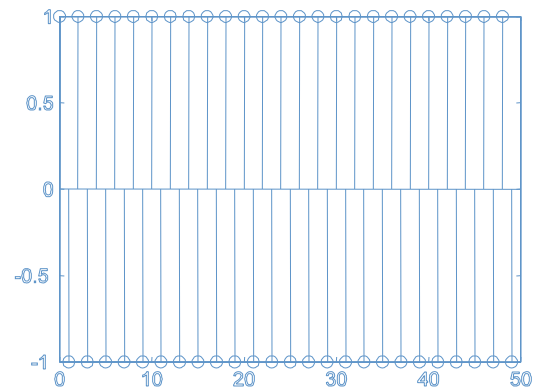


Polplacering

Poler
z-planet



Impulssvar
tidsdomän



Exempel:

Är systemet med $H(z)$ stabilt?

$$H(z) = \frac{z^2 - 0.9z + 0.18}{z^2 - 0.8z + 0.64}$$

$$z_1 = 0.3 \quad p_1 = 0.4000 + 0.6928j \quad |p_1| = 0.8 < 1$$

$$z_2 = 0.6 \quad p_2 = 0.4000 - 0.6928j \quad |p_2| = 0.8 < 1$$

Exempel:

Är systemet med $H(z)$ stabilt?

$$H(z) = \frac{z^2 - 0.16}{z^2 - 1.1z + 1.21z}$$

$$z_1 = 0.4 \quad p_1 = 0.5500 + 0.9526j \quad |p_1| = 1.1 > 1$$

$$z_2 = -0.4 \quad p_2 = 0.5500 - 0.9526j \quad |p_2| = 1.1 > 1$$