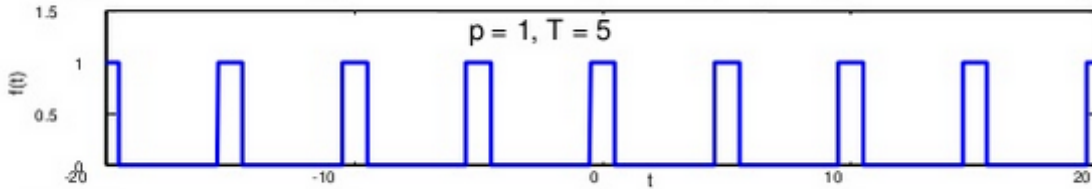


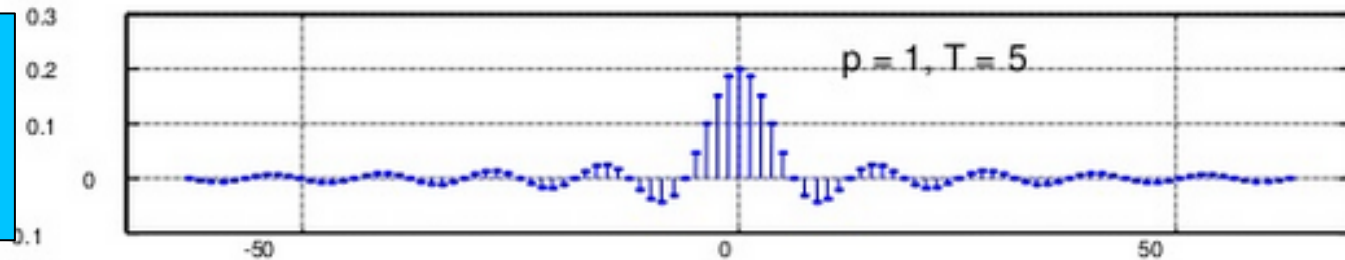
Fourier serie vs Fourier transform

Det viktigaste från sista gången

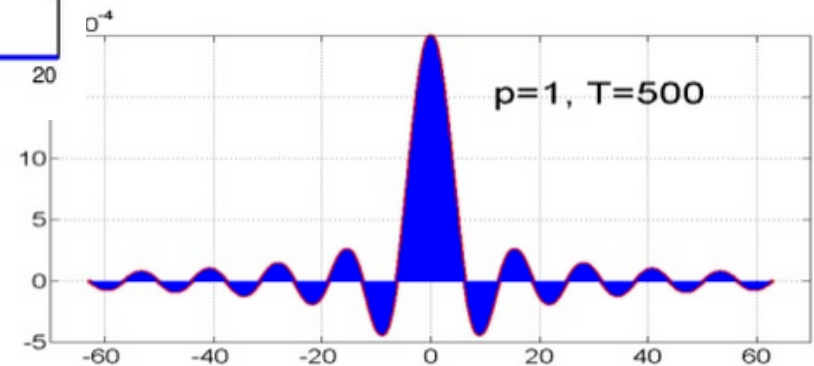
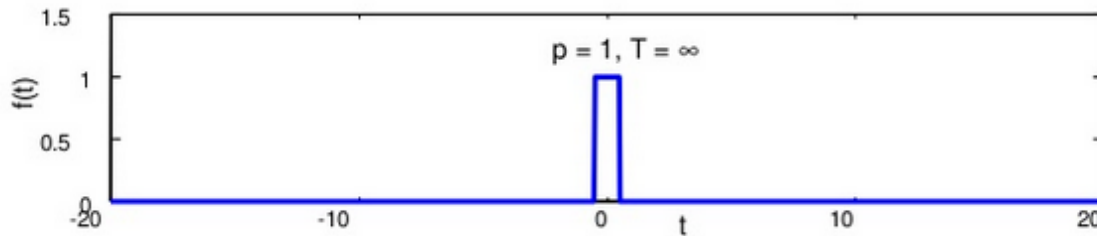
Fourier serie



$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$



Fourier transform



$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

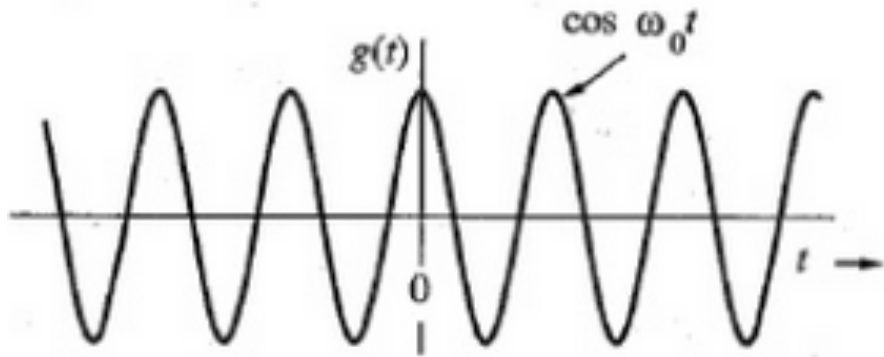
Analys

Syntes

Idag

1. **Fouriertransform av periodisk signal**
2. **Effekt- och energi signaler**
3. **(Analog) System**
4. **Frekvenssvår & Bode diagram** *Det blir nog nästa föreläsning*

Hur ser ut spektrum av en periodisk signal?



Kom ihåg...

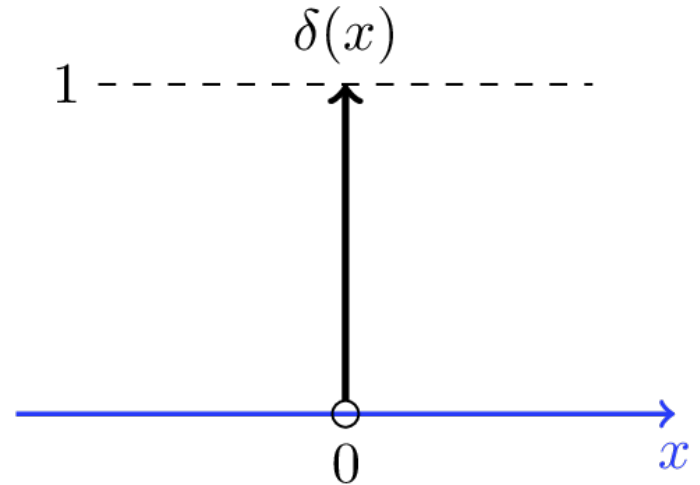
Implusfunktion (Delta-funktionen)

$$x(t) = \delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

Två viktiga egenskaper

$$f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0)$$



Till exempel

$$e^{j\omega_0 t} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \delta(\omega - \omega_0) d\omega$$

Hur ser ut spektrum av en periodisk signal?

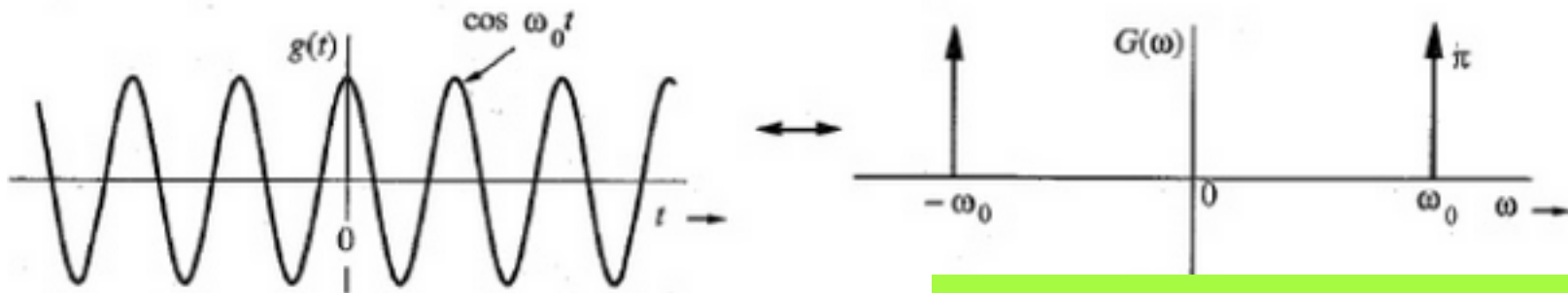
According to Euler formula:

$$\cos \omega_0 t = \frac{1}{2}(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$$

As $e^{j\omega_0 t} \Longleftrightarrow 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$ and $e^{-j\omega_0 t} \Longleftrightarrow 2\pi\delta(\omega + \omega_0)$

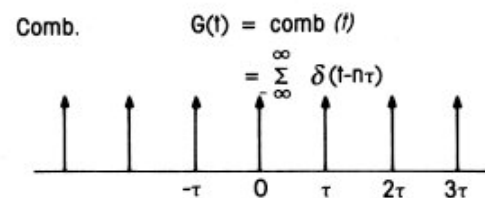
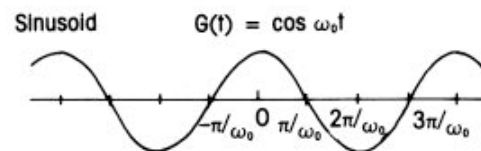
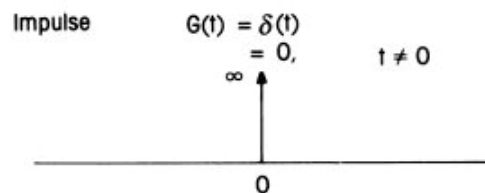
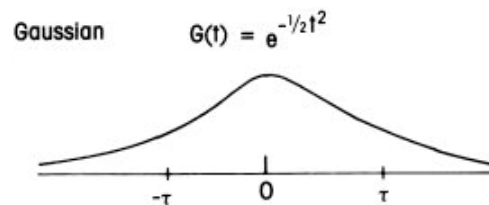
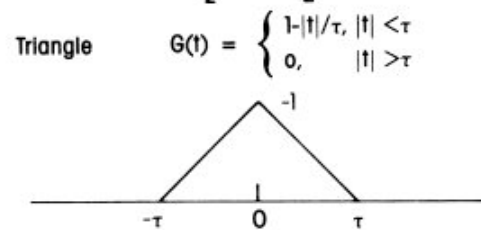
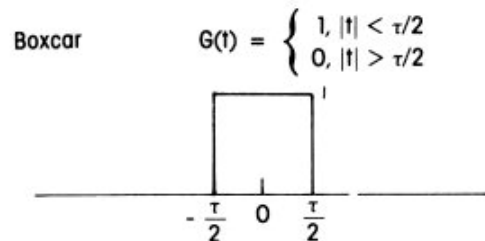
$$\cos \omega_0 t \Longleftrightarrow \pi[\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$$

Spectrum:

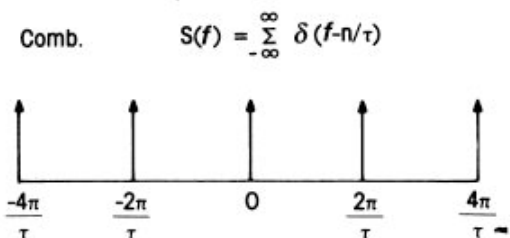
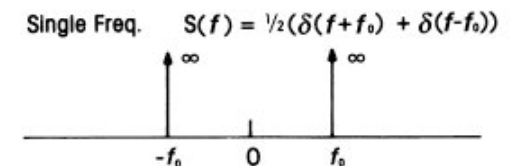
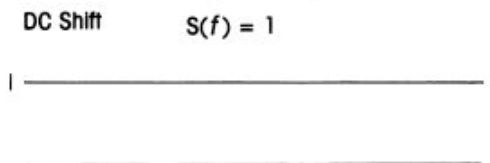
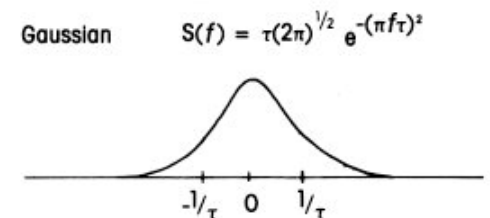
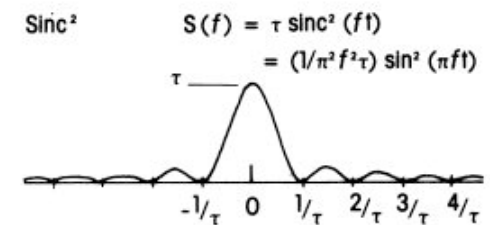
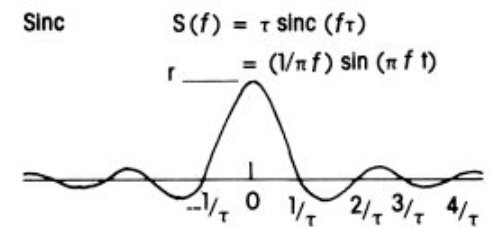


Periodiska funktioner har diskret Fouriertransform

Time Function



Frequency Function



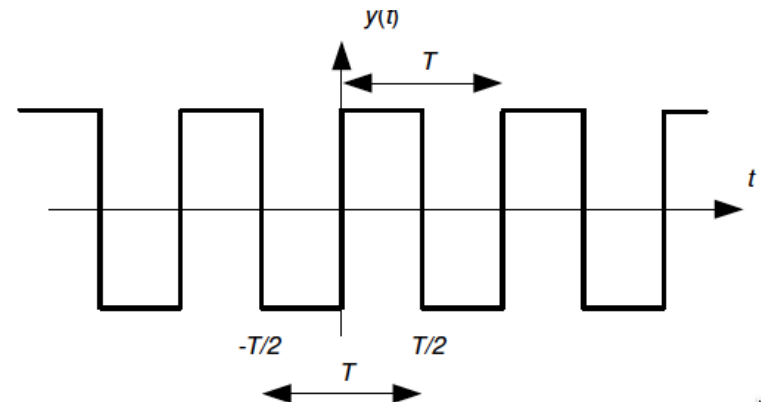
Effekt & energisignaler

Vi har inte hunnit detaljer denna gången med,
Vi tar det vid nästa föreläsningen

Ett annat sätt att dela signaler:

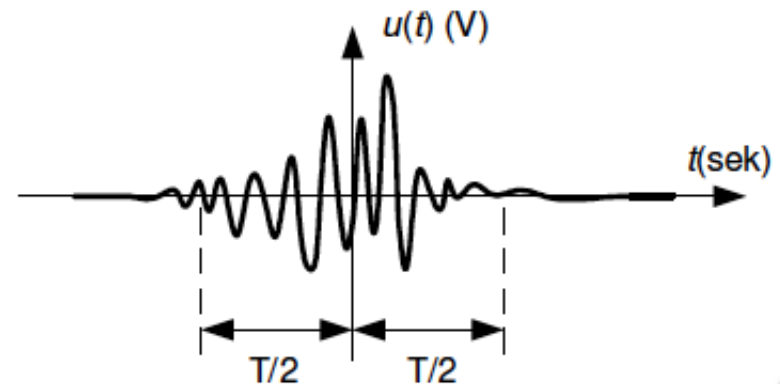
Effektsignal

signal med ändlig effekt
tex periodiska signaler



Energisignal

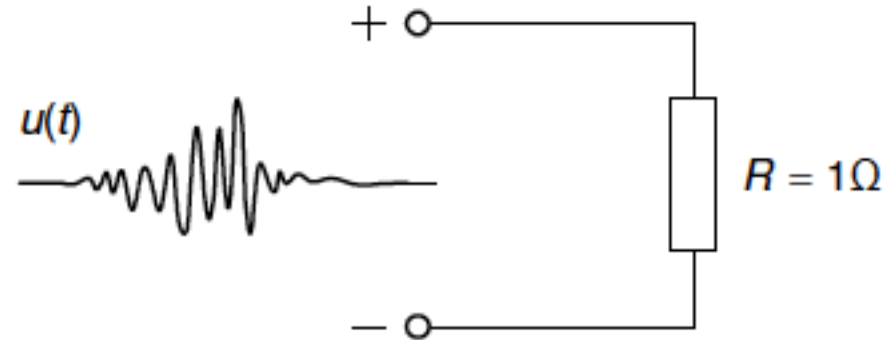
signal med ändlig energi
tex transienter



Tip: energisignal går mot 0 i båda oändligheterna

Effekt & energi

Energisignal $u(t)$ matar en resistor



Den **momentana effekten** som utvecklas i resistorn

$$p(t) = u(t)i(t) = \frac{1}{R}u^2(t) = u^2(t)$$

Totala energin som utvecklas i resistorn i tidsinterval $[t_1, t_2]$:

$$\int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R}v^2(t)dt$$

Medeleffekten P som utvecklas i resistorn i tidsintervallet:

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R}v^2(t)dt$$

Hur dessa begrepp definieras för varje signal?

Energi & effektsignal över oändlig tid

Energi över en infinit tidsintervall $(-\infty, \infty)$:

$$E_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad \begin{array}{l} E < \infty \\ P = 0 \end{array}$$

Energisignal

If the sums or integrals do not converge, the energy of such a signal is infinite

$$P_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \quad 0 < P < \infty$$

$$E = \infty$$

Effektsignal

Några energi och effekt- signaler

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Energi & effektsignal

Varför är detta viktigt?

Bara energisignaler kan representeras med Fouriertransform.

$$E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

$$E < \infty$$

$$P = 0$$

Energisignal

Bara effektsignaler kan representeras med Fourierserie

$$P_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

$$0 < P < \infty$$

$$E = \infty$$

Effektsignal

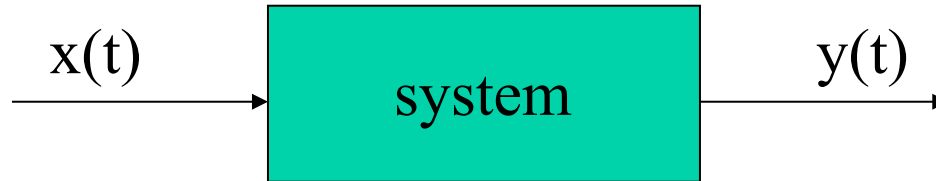
Några energi och effekt- signaler

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Analoga system

System

Ett system tar en insignal och omvandlar den till en annan signal



förhållandet mellan den utgående signalen över insignalen

utsignalen $y(t)$ beror av insignalen $x(t)$

beroendet beskrivs oftast med en differentialekvation

i denna kursen:

LTI system

Linjärt och TidsInvariant system

Vi förväntar att få samma resultat från en input-output experiment, om samma insignal matades in vid en annan tidpunkt



Amplitud $\frac{B}{A}$

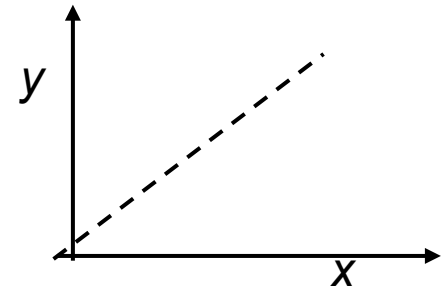
Phase: ϕ

Linjär...

uppfyller de två egenskaper:

1 Additiv: respons till $x_1(t)+x_2(t)$ är $y_1(t) + y_2(t)$
2 Skaling: respons till $ax_1(t)$ är $ay_1(t)$ $a \in \mathbb{C}$

Combined: $ax_1(t)+bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$



man kan föreställa den
som en linje

Superposition gäller

alla systemets svar kan analyseras som summan av enklare svar
(faltning)

exempel

Linjär

$$y(t) = 3 * x(t)$$

Icke-linjär

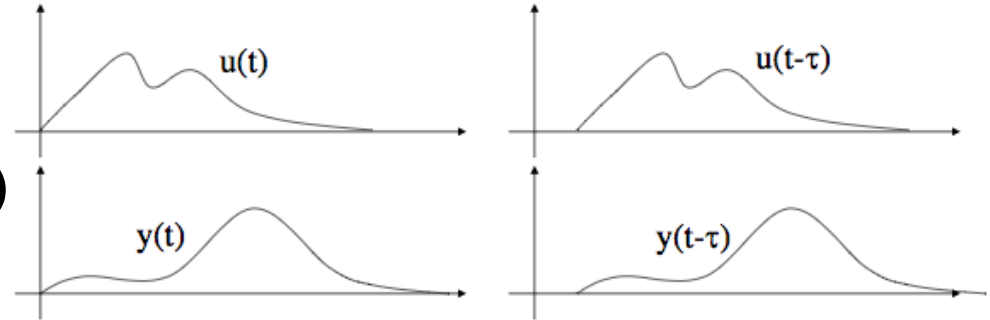
$$y(t) = 3 * x(t) + 2, y(t) = 3 * x^2(t)$$

TidsInvariant...

tidsförskjutning över insignalen resulterar endast i samma tidsskift i utsignalen

$$y(t) = Tx(t)$$

$$y(t - t_0) = T(x(t - t_0))$$



Vi förväntar att få samma resultat från en input-output experiment, om samma insignal matades in vid en annan tidpunkt

exempel

1) $y(t) = \sin(x(t))$ **tidsinvariant**

$$y_2(t) = \sin(x_2(t)) = \sin(x_1(t - t_0)) = y_1(x_1(t - t_0))$$

2) $y(t) = tx(t);$ **tidsvarierande**

$$y(t) = e^t x(t)$$

Linjärt och TidsInvariant system

Andra viktiga egenskaper:

Med eller utan minne

Invertibel

Causal

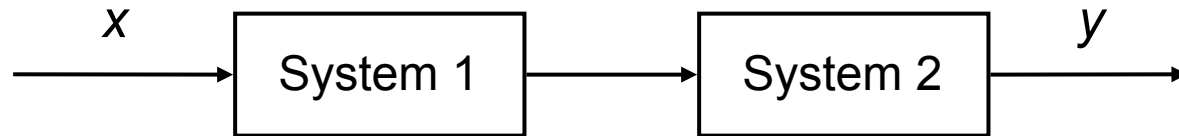
(BIBO) stabil

System struktur

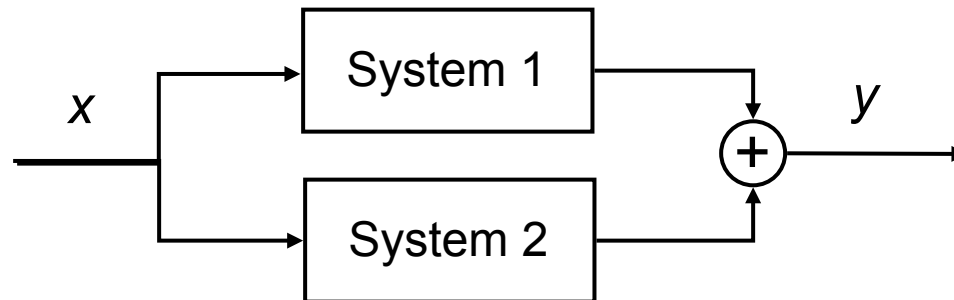
System är i allmänhet sammansatt av komponenter (sub-system).

Vi kan använda vår förståelse av komponenterna och deras sammankoppling att förstå funktionen och beteendet hos det totala systemet

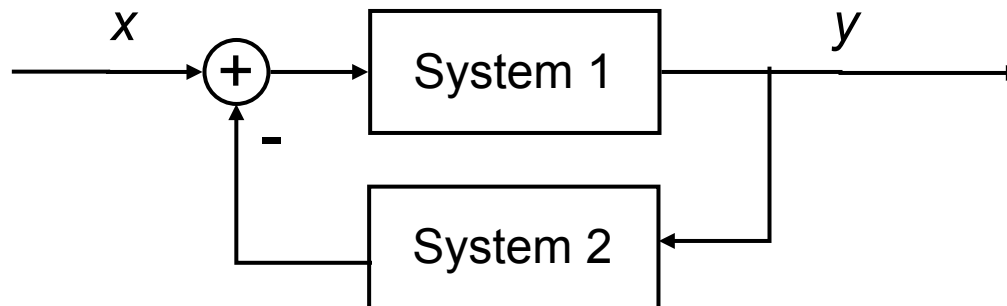
Serie/kaskad



Parallel



Feedback



LTI system Representering

Varje LTI system kan unikt karakterizeras med sitt

Impulssvar $h(t)$

svar av systemet till en impuls

Frekvenssvar $H(j\omega)$:

svar av systemet till en komplex exponentiella $e^{j\omega}$ för alla frekvenser f . idag

Överföringsfunktion $H(s)$:

Laplaceformen av impulssvar

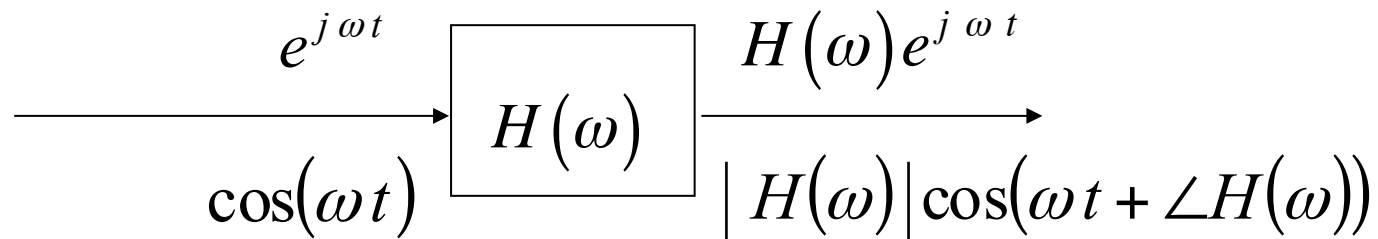
Alla tre representeringar är likvärdiga

Om vi vet en representering, kan vi hitta de andra två under förutsättning att de finns

Frekvenssvar $H(j\omega)$

Ett system kan analyseras och utvärderas efter hur det svarar på en sinusformad insignal.

Alla linjära system som drivs med en sinusformad insignal ger en sinusformad utsignal med samma frekvens, men med en annan amplitud och fas



$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$$

utsignal

insignal