Dynamiska System och Reglerteknik

Inlämningsuppgift 3

John Croft 19930814-7959, Tiell 2

3.1

Stegsvaret för processen har översväng och måste därmed ha komplexa rötter i överföringsfunktionens nämnare. För att bestämma överföringsfunktionen kan man då tillämpa den metoden och formler som beskrivs i [1]. Metoden kräver att man läser följande parametrar manuellt ut ur processens stegsvar:.

- Perioden på svängningarna $T_0 = 4\ [s]$.
- Den statiska förstärkningen $k = 1$.
- Amplituden på den första och andra översvängen: $a = 0,82$ och $b = 0,5$, samt kvoten mellan dem $d = \frac{a}{b} = 0,61$.
- Parametern $\zeta = \frac{1}{\sqrt{(\frac{2\pi}{lnd})^2 + 1}}$ = 0,078.
- Parametern $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0(1-\zeta^2)}$ = 1,58.

Överföringsfunktionen Gp kan nu bestämmas enligt följande ekvation i MATLAB:

$$G_p = \frac{k \cdot \omega_0{}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0{}^2}$$

<table>
<tr><td>MATLAB kod</td><td>

```
k = 1;
T0 = 4;

b = 0.5;
a = 0.82;
d = b/a

zeta = 1/(sqrt(((2*pi) / log(d))^2 + 1) )
w0 = (2*pi)/(T0*sqrt(1 - zeta^2 ))

Gp = (k*w0^2)/(s^2 + 2*zeta*w0*s + w0^2 )
```

</td></tr>
<tr><td>Svar</td><td>

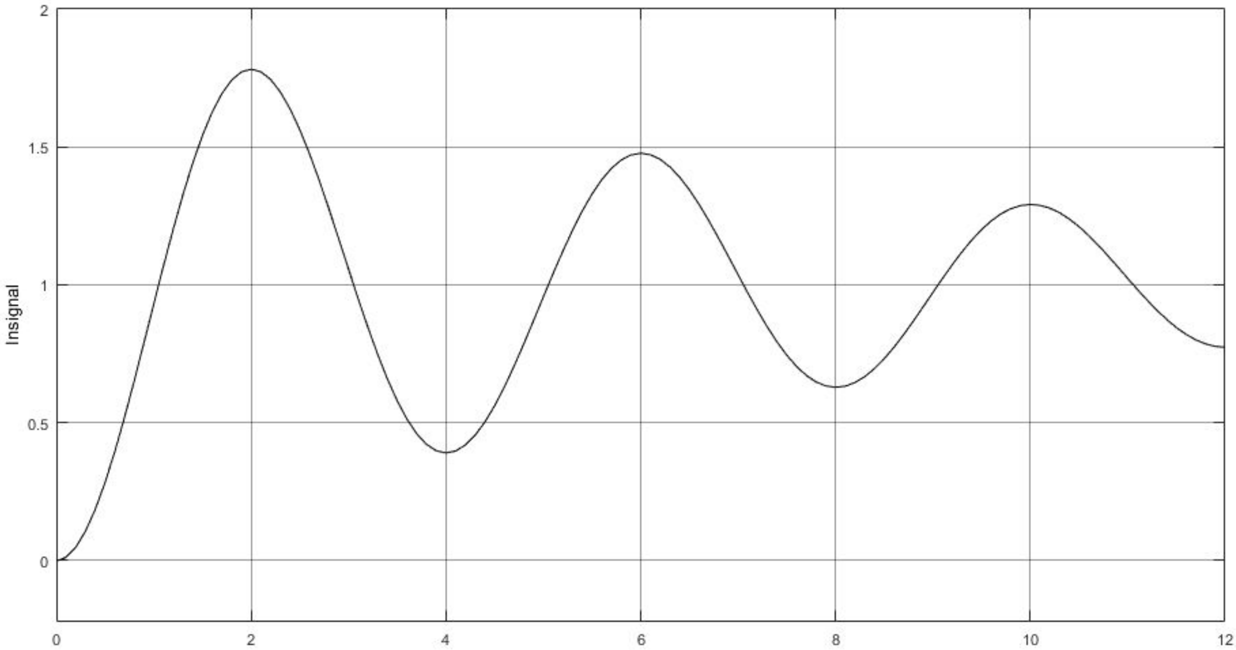
```
Gp =

        2.483
  ----------------------
  s^2 + 0.2473 s + 2.483

Continuous-time transfer function.
```

</td></tr>
</table>

Om denna överföringsfunktion nu matas in i Simulink med ett steg på 1 enhet som insignal, så erhålls följande stegsvar:



Figur 1: Stegsvaret för den beräknade överföringsfunktion.

Jämförelse med det originala stegsvaret visar att skillnaden är väldigt liten, och att överföringsfunktionen därmed är korrekt.

3.2

För att få ett återkopplat system utan översvängningar i utsignalen så krävs det att dess totala överföringsfunktion (G_{tot}) har ett monotont växande insvängningsförlopp. Detta kan åstadkommas om $G_{tot} = \frac{1}{(1+T_s)^2}$, där tidskonstanten *T* i vårt fall väljs till 1,15.

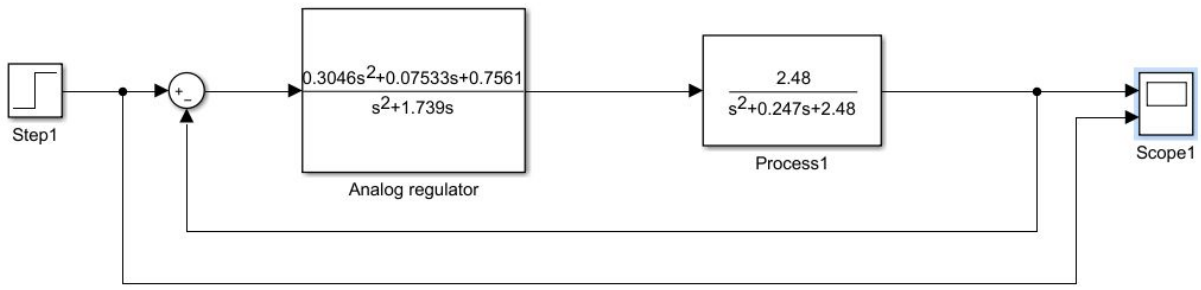
Eftersom G_{tot} för ett återkopplat system generellt är $G_{tot} = \frac{G_R G_P}{1+G_R G_P}$, så kan formeln skrivas om på följande sätt för att lösa ut överföringsfunktionen för regulatorn,

$$G_R = \frac{G_{tot}}{G_P(1-G_{tot})}$$

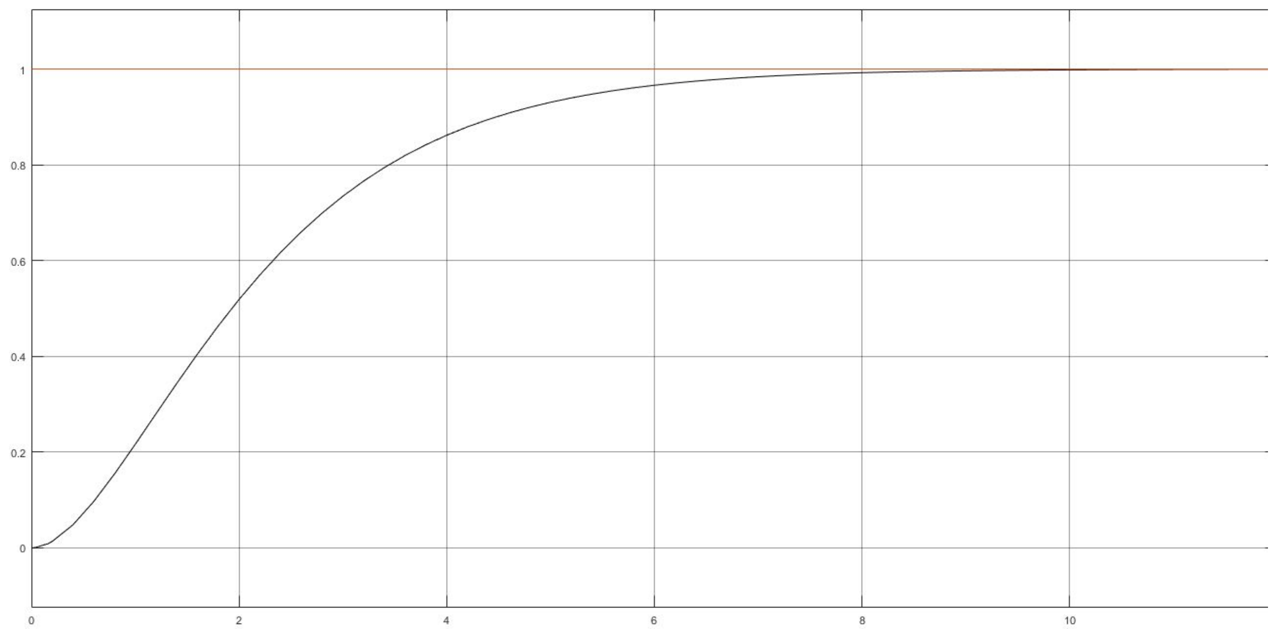
Med MATLAB och den beräknade G_P från förra uppgiften så kan G_R bestämmas:

MATLAB kod	Gtot = 1/((1 + 1.15*s)^2) Gr = Gtot / (Gp * (1 - Gtot)); Gr = minreal(Gr);
Svar	*Gr =* *0.3046 s^2 + 0.07533 s + 0.7561* *--------------------------------* *s^2 + 1.739 s* *Continuous-time transfer function.*

Denna överföringsfunktion kan nu användas i Simulink för att bekräfta att man inte får några översvängningar. Systemets blockschema och stegsvar visas i figur 2 och 3:



Figur 2: Blockschemat för det analoga systemet i uppgift 2.



Figur 3: Stegsvaret för det analoga systemet i uppgift 2.

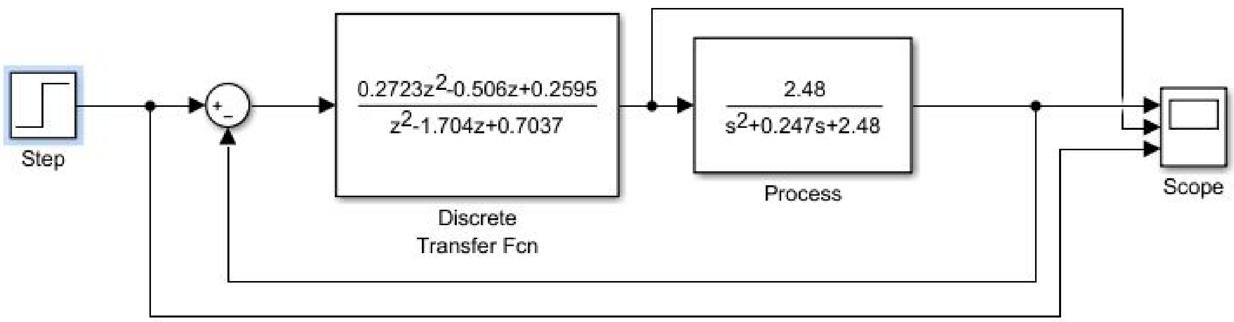
I stegsvaret så ser man att den beräknade analoga regulatorn ger ett stegsvar för systemet med ett insvängningsförlopp som är monotont växande, utan några översväng.

3.3

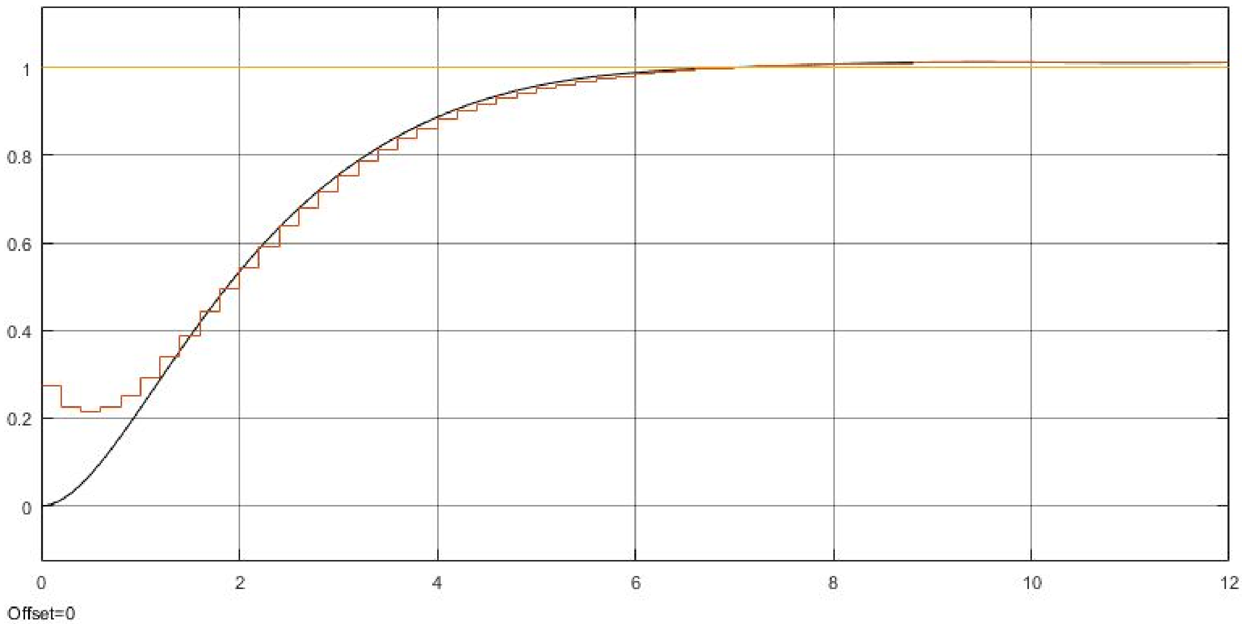
Diskretiseringen av den analoga överföringsfunktionen för regulatorn gjordes i MATLAB. Bilinjär approximation (även känd som '*Tustin's Method*') användes, och samplingstiden sattes till 0,2 sekunder.

MATLAB kod	Hr = c2d(Gr, 0.2, 'tustin')
Svar	*Hr =* *0.2723 z^2 - 0.506 z + 0.2595* *-----------------------------* *z^2 - 1.704 z + 0.7037* *Sample time: 0.2 seconds* *Discrete-time transfer function.*

Simulink kan nu användas för att undersöka systemets beteende vid en stegformad börvärdesändring.



Blockschemat för det diskretiserade systemet.



Figur 4: Stegsvaret för det diskretiserade systemet. Röda stegartade kurvan är styrsignalen från regulatorn, den svarta kurvan är utsignalen från systemet, dvs ärvärdet.

I stegsvaret för det diskretiserade systemet (figur 4) så ser man att utsignalen från systemet följer ungefär samma kurva som för det rent analoga systemet. Det finns dock ett mindre kvarstående fel på ca. 0.012 enheter. Experimentellt kan man visa att denna kvartstående fel ändras beroende på den för regulatorn valda samplingstiden. Vid just denna samplingstid så var det kvarstående felet förhållandevis stort, och en annan samplingstid skulle lämpligen väljas i praktiken för att minimera den. Detta påvisar dock att diskretiseringsprocessen bara är approximativ och inte nödvändigtvis är helt exakt.

3.4

Differensfunktionen för den diskretiserade regulatorn beräknades manuellt till:

$$u(k) = 1{,}704 * u(k-1) - 0{,}7037 * u(k-2) + 0{,}2723 * e(k) - 0{,}506 * e(k-1) + 0{,}2595 * e(k-2)$$

där *e* är insignalen (felet), *u* är utsignalen (styrsignalen) och *k* är sample-tidsenheter.

Litteraturförteckning

[1]B. Thomas, *Modern reglerteknik*, 5th ed. Stockholm: Liber, 2016, p. 120.