

# OVERHEAD PICTURES



## Control engineering

© Bertil Thomas, Chalmers Lindholmen

## **Om innehållet på OH-bilderna**

Häftet innehåller de flesta overhead-bilder som visas på föreläsningarna i reglerteknik.

Alla OH-bilder som visas på föreläsningarna finns dock inte i denna samling. OH-bilder som är identiska med sidor i formelsamlingen eller bilder i läroboken visas t ex inte.

### **Observera**

Observera att OH-bilderna inte utgör någon "komplett" beskrivning av det "viktigaste i kursen" (vilket några teknologer felaktigt trodde för ett par år sedan).

Det finns många väldigt viktiga saker i kursen som inte alls tas upp på några OH-bilder.

Vissa saker som går igenom i kursen skrivs upp mer krita på tavlan, andra saker visas i form av OH-bilder. Denna växling görs i enlighet med pedagogiska rön om vikten att variera presentationssättet på föreläsningarna.

# Introduktion

- Vad är reglerteknik?
- Egenskaper hos processer och regelsystem
- Reglerprinciper

## Vad är reglerteknik?

- Tvåvetenskapligt ämne.  
Kommer till användning i alla slags branscher: Fordon, verkstadsindustri, processindustri, olika produkter, flygplan, bilar, robotar, kemiska processer mm.
- Handlar om hur man konstruerar system för automatisk övervakning av olika processer, d v s för att hålla kontroll på olika variabler i tekniska system.
- Handlar främst om återkopplade tekniska system.

Kortfattad definition: "Läran om automatiska system och i synnerhet återkopplade automatiska system".

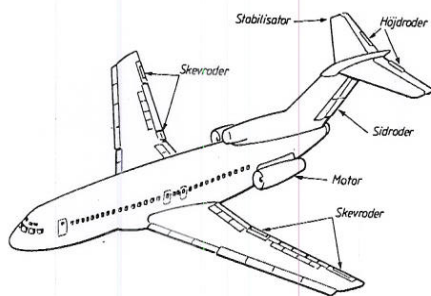
## Exempel på variabler att hålla kontroll på:

Temperaturer, hastigheter, flöden, positioner, krafter, nivåer, varvtal, tryck, nivåer, koncentrationer mm

### Exempel på några regelsystem

## Autopiloter i flygplan

System för att hålla flygplan på konstant höjd, med konstant lutning och i konstant flygriktning.



Information från givare (höjd, kurs-riktning mm)

Information från flygplatser, radio-fyrar mm

FLYGPLANSDATOR

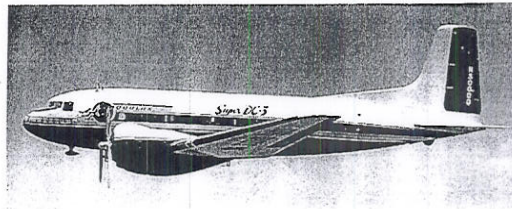
Kommandon från pilot

Styrsignaler till styrdon

### Exempel på några regelsystem

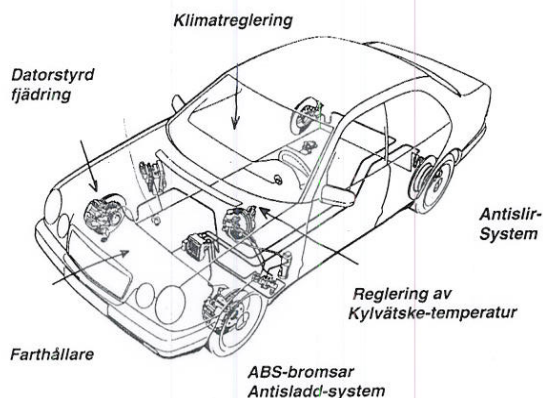
## Klimatreglering i flygplan

System för att hålla ett bra klimat i kabinen i flygplanet trots att klimatet utanför varierar väldigt mycket (lämplig temperatur, lämplig syrgashalt, lämpligt tryck, bra luftkvalitet mm).



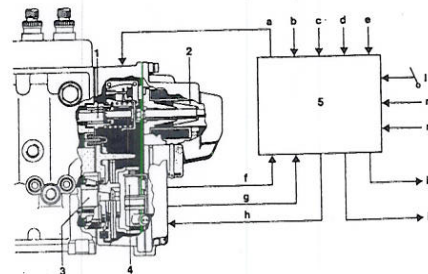
## Reglersystem i bilar

- Klimatreglering i kupén i bilar.
- Temperaturreglering i motorblocket.
- Intelligent farthållare.
- ABS-bromsar i bilar. (låsningfria bromsar)
- Anti-slip system i bilar.
- Anti-sladd-system i bilar



## Styrssystem i bilmotorer

**Syfte:** Optimering av motorns funktion.  
(öka verkningsgraden, minimera bränsleförbrukningen, maximera effekten (vid behov))



### Mätsignaler

Temperatur i motorn  
Gaspådraget  
Hastigheten  
Syrghalt i avgaserna  
Varvtal, vridmoment  
mm

### Styrsignaler

Tändtidpunkt  
Bränslemängd  
Ventillägen  
Insprutningstidpunkt  
mm

## Reglersystem i fabriker

System för att hålla kontroll på driften i fabriker.



### Exempel

- Kärnkraftverk
- Pappersbruk
- Petrokemisk industri
- Masugnar
- Massafabriker
- Livsmedelsindustri
- Raffinaderier

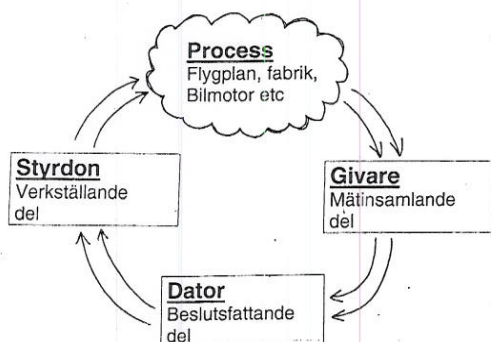
### Variabler som regleras

Temperaturer  
Tryck i behållare  
Flöden i rörledningar  
Nivåer i behållare  
Koncentrationer  
Varvtal på maskiner  
mm mm

## Hur bygger man regler-system?

Alla regelsystem består av tre delar:

- **Mätinsamlade del. (Givare)**  
Uppgift: Att samla in information om aktuellt "tillstånd" hos processen.
- **Beslutsfattande del. (Dator, Regulator)**  
Uppgift: Att fatta beslut om hur processen ska styras. Kan se ut på många olika sätt.
- **Verkställande del. (Styrdon)**  
Uppgift: Att påverka (styra) själva processen. Exempel är reglerventiler, värmeelement, roder, spjäll, motorer, servomekanismer mm.



## Blockschema

Ett schema som beskriver hur olika komponenter är kopplade och hur olika variabler påverkar varandra i ett regelsystem.

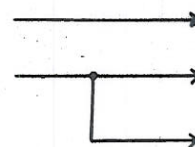
Byggs upp av tre olika symboler:



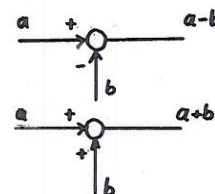
Motsvarar någon komponent i ett regelsystem.

### Signaler

Motsvarar olika variabler i ett system (tryck, temperatur mm)



### Summerings- & Differenspunkter



## Några viktiga begrepp

- **Börvärde.**  
Önskat värde på den variabeln som ska regleras.
- **Ärvärde.**  
Aktuellt värde på den variabel som ska regleras.
- **Felsignal**  
Skillnaden mellan börvärde och ärvärde. Betecknas oftast med bokstaven e.
- **Störning**  
Storhet som ger oönskad påverkan på den variabel som ska regleras.
- **Styrsignal.**  
Den variabel (storhet) som reglerdatorn (regulatorn) kan ändra på för att påverka processen.
- **Reglerobjekt**  
Den "process" som ska regleras.

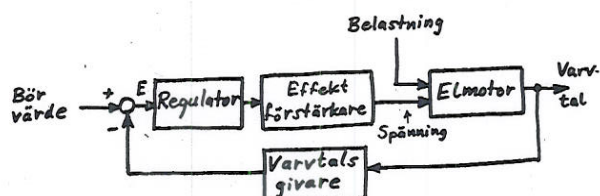
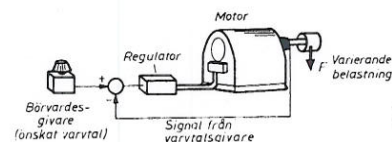
Exempel på några regelsystem

## Varvtalsreglering av elmotorer

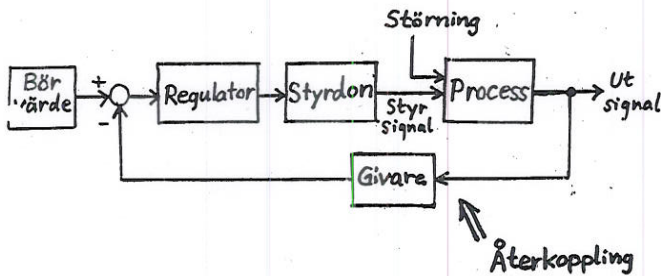
System för att hålla konstant varvtal på elmotorer trots att de utsätts för varierande belastning.

Tillämpningar:

- Pumpar
- Fläktar
- Svarvar
- Slipmaskiner
- Transportband
- Rulltrappor
- mm

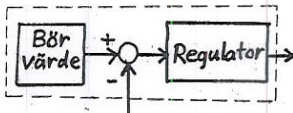


## Allmänt blockschema för enkelvariabla reglersystem



De olika delarna kan se ut på väldigt många sätt!

Börvärdesgivaren, jämföraren och regulatorn bakas ofta ihop i en enda "burk" (en komponent)



## Var hittar man de flesta exemplen på reglerteknik?

### I. Processindustrier.

T ex kraftverk, stålverk, petrokemisk industri, raffinaderier, pappersbruk mm.

Reglering av temperaturer, tryck, flöden, nivåer, pH-halter mm.

### II. Tillverkningsindustrin.

Mest positions- och varvtalsreglering. T ex i samband med industri-robotar, elmotorer, verktygsmaskiner, kranar mm.

### III. I olika produkter.

Bilar, flygplan, båtar, helikoptrar, CD-spelare, tvättmaskiner, videokameror, telefoner, bilmotorer mm.

## Vad handlar kursen om?

### ■ Hur är reglersystem uppbyggda?

(komponenter, olika typer av regulatorer, exempel på reglersystem, olika typer av givare och styrdon mm)

### ■ Hur beräknar man egenskaper hos reglersystem?

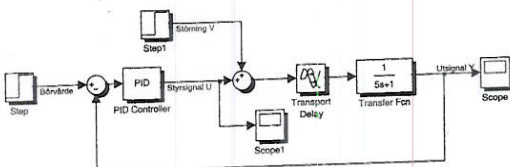
(stabilitet, snabbhet, noggrannhet mm)

### ■ Dimensionering av reglersystem.

Hur ska algoritmerna se ut i den dator som är hjärtat i den beslutsfattande delen? (((för att det ska fungera så bra som möjligt)))

### ■ Simulering av reglersystem.

Hur kan man simulera funktionen hos ett reglersystem innan man bygger det?

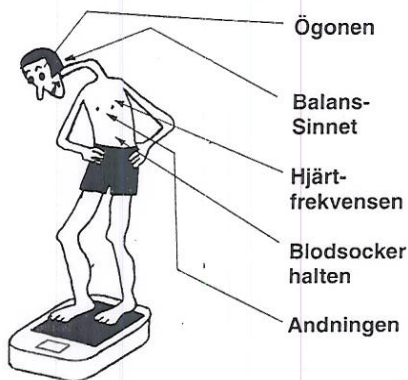


Simulinkmodell för reglersystemet.

## Vad är det för kul med reglerteknik?

- Reglerteknik är ett brett och tvärvetenskapligt ämne i tekniken.  
Används i nästan alla branscher
- Reglerteknik är ett ämne där man använder nästan alla tidigare kunskaper från högskolan.  
(Fysik, mekanik, matematik, transformer, dator teknik, programmering, ellära mm)
- Reglerteknik är ett svårt ämne.
- Reglerteknik är ett "framtidssämne".  
Det blir mer och mer reglerteknik i alla möjliga produkter (bilar, fordon, fartyg, konsumentprodukter, robotar, datorsystem mm)

## Återkopplade system i människokroppen



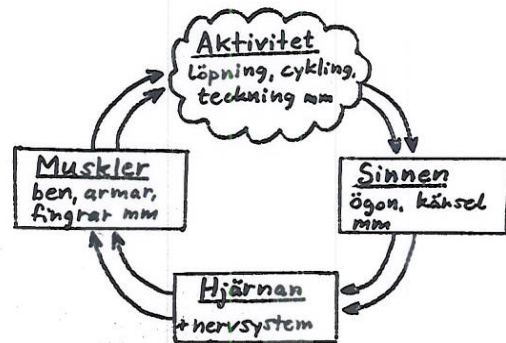
+ Massor med återkopplingar som är i drift i kroppen då vi utför olika uppgifter. (Då vi cyklar, går, springer, ritar, kör bil mm)

- Ögonen är givare
- Hjärnan är regulator
- Muskler är styrdon

## Återkopplade system då vi utför olika aktiviteter

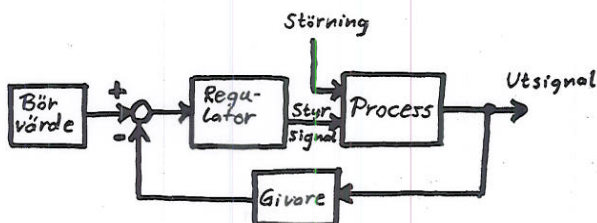
- **Mätinsamlade del. (olika sinnen)**  
Ögon, öron, känsel, lukt, smak, balanssinne mm.
- **Beslutsfattande del. (hjärnan)**  
En del uppgifter görs helt omedvetet (autonoma nervsystemet), andra görs mer medvetet.
- **Verkställande del. (muskler)**  
Kroppen innehåller totalt 639 muskler

Aktiviteter: cykling, gång, handarbete, teckning, snickeri, pilkastning, bilkörning, paddling mm.



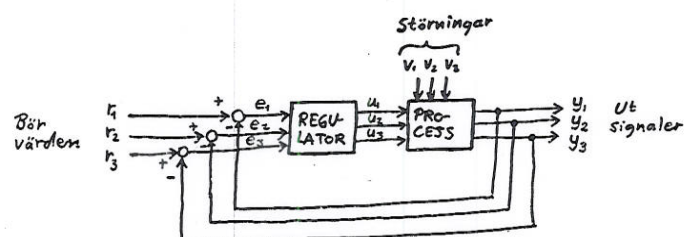
## Enkelvariabla reglersystem

Reglersystem för reglering (kontroll, övervakning) av processer med en styrsignal och en utsignal.



## Multivariabel reglering

Reglersystem för reglering med flera styrsignaler och flera utsignaler och där det förekommer korsvis interaktion mellan variablerna.



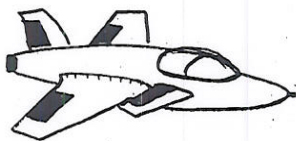
## Exempel

### Ett mycket enkelt reglersystem

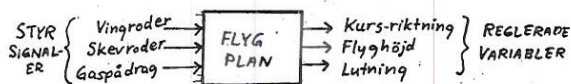


Temperaturreglering  
i ett strykjärn mm.

### Ett komplicerat reglersystem



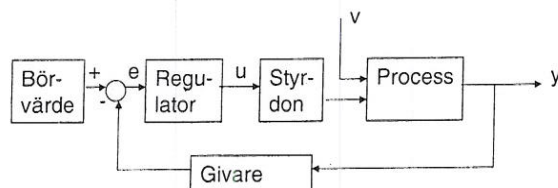
Autopilot för ett  
jaktflygplan (reglering  
av flyghöjd, kurs-  
riktning, hastighet,  
planets lutning mm).



## Huvudmålet med kursen

- Att ge en bred allmänbildning om vad som menas med reglerteknik och dynamiska system
- Att lära ut den matematik som behövs för att analysera dimensionera reglersystem.
- Att ge större vana att använda datorprogram (Matlab och Simulink) för att simulera dynamiska system.
- Att lära sig ta fram datoralgoritmer för inbyggda reglersystem i produkter och fabriker.
- Att lära sig något om komponenter i reglersystem, regulatorer mm.

## Allmänt utseende på enkelvariabla reglersystem



e = fel  
u = styrsignal  
v = störning (en eller flera)  
y = utsignal (reglerad storhet)

### Två "huvuduppgifter" för reglersystem

- Att kompensera för störningar
- Att verkställa eventuella börvärdesändringar

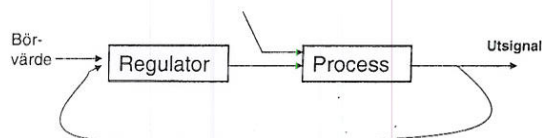
### Exempel på processer som kan behöva regleras

bostäder, bilmotorer, fartyg, flygplan, kraftverk, robotar, kemiska processer, CD-spelare, destillationstorn, ABS-bromsar mm

## Grundprinciper för reglering

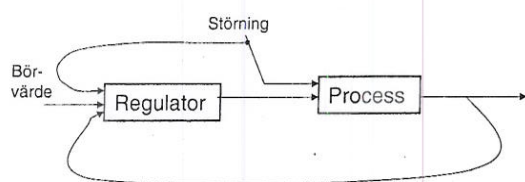
### Återkoppling

- Regulatorn räknar ut styrsignalen med hjälp av uppmätta värden på den reglerade storheten



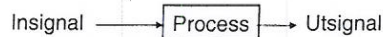
### Framkoppling

- Regulatorn utnyttjar (även) information från uppmätta värden på störningar mm.



## Egenskaper hos processer

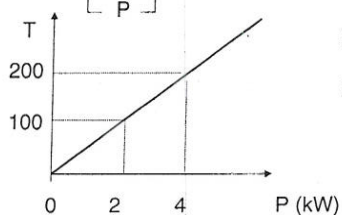
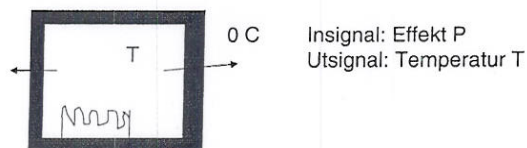
Hur påverkas utsignalen hos en process då insignalen ändras?



### Statiska egenskaper

Processens egenskaper i statiskt tillstånd

Exempel: Ugn



Statisk förstärkning

$$K_s = \frac{\Delta T}{\Delta P}$$

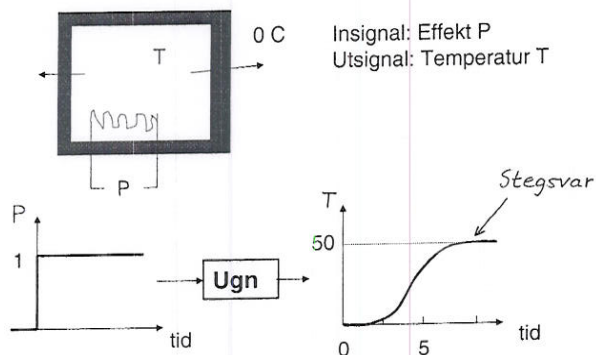
Statisk karakteristik

### Dynamiska egenskaper

Hur processen reagerar då insignalen ändras. (Tidsmässiga egenskaper, trögheter, tidsfördröjningar, insvängningsförlopp mm).

**Stegsvar** Utsignalens beteende vid en stegformad insignaländring (enhetsändring)

Exempel: Ugn

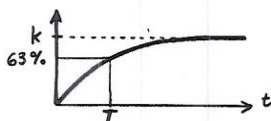


## Olika typer av stegsvar

- Processer med en tidskonstant
- Processer med två tidskonstanter
- Processer med dödtid
- Processer med översväng
- Processer med integration
- Processer med undersväng
- mm

## Klassificering av processer efter deras stegsvar

### ① Process med en tidskonstant (mkt. vanliga)



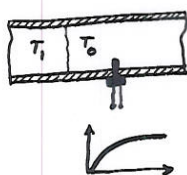
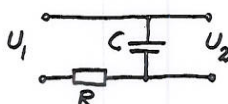
$$y = k(1 - e^{-t/T})$$

$$G = \frac{k}{1 + Ts}$$

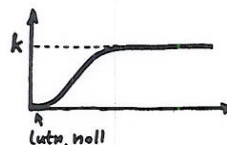
$\begin{cases} k = \text{statisk förstärkning} \\ T = \text{tidskonstant} \rightarrow \text{stort } T \Rightarrow \text{långsam process} \end{cases}$

#### Exempel

- \* Elektrisk temp. givare
- \* RC-filter



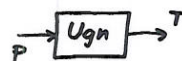
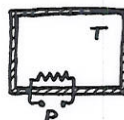
### ② Process med två tidskonstanter



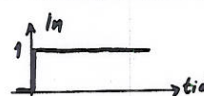
$$G = \frac{k}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

#### Exempel

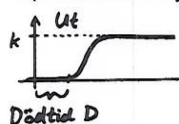
- \* Ugn
- \* Elmotor
- \* Kemiska processer



### ③ Process med döttid



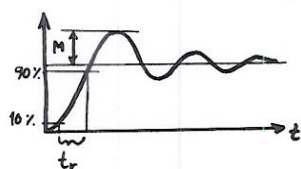
$$G = \frac{k \cdot e^{-Ds}}{1 + Ts}$$



#### Exempel

- \* Kallbad ugn
- \* Koncentrationsreglering med långa rörledningar

### ④ Process med översväng



$M = \text{översväng}$   
 $t_r = \text{stigtid}$

#### Exempel

- \* Mekaniska system med fjädrande komponenter (robotarmer, traverskranar mm.)

### ⑤ Process med integration

= processer där utsignalen växer obegränsat vid en stegformad insignaländring



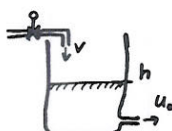
$$G = \frac{k}{s(1 + Ts)}$$



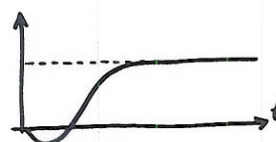
$$G = \frac{k}{s}$$

#### Exempel

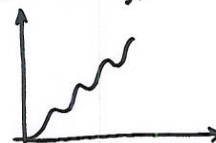
- \* Tank med konstant utflöde
- \* Servomotor
- \* Fartyg



### ⑥ Övriga typer av stegsvar



- \* Process med omvänt stegsvar (undersväng)



- \* Process med integration + översvängar



- \* Process med döttid + översväng

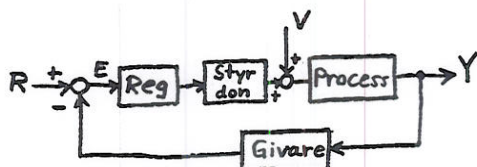
## Sammanfattning

Stegsvaret talar om vilken typ av process vi har att göra med.

Stegsvarets utseende är en viktig "grundinformation" för den som ska dimensionera ett regelsystem för en process.

# Egenskaper hos reglersystem

## INTRODUKTION



## Exempel på lättreglerade och svår- reglerade processer:

### Manuellt reglerade processer

**LÄTT:** Att cykla på en tvåhjulig

Att köra bil

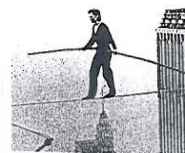
Att balansera en lång pinne på handen



**SVÅRT:** Att cykla på en enhjulig

Att gå på lina

Att balansera en kort pinne på handen



### Dator-reglerade processer

**LÄTT:** Att reglera temperaturen i en ugn

Att reglera nivån i en tank

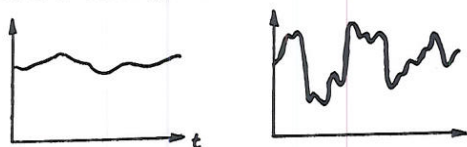
Att reglera varvtalet på en motor

**SVÅRT:** Autopilot för ett jaktflygplan

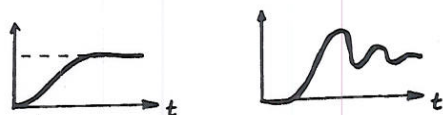
Gående robot som kan gå på ojämn mark.

Hur svårt det är att reglera en process beror på flera olika saker:

1. Vilka störningar verkar på processen? Hur stora är störningarna?



2. Vilken dynamik har processen (stegsvar, överföringsfunktion mm)?

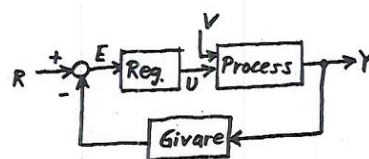


3. Vilka krav har man på reglersystemet?

- Noggrannhet
- Specifika önskemål
- Stora börvärdesändringar

in 100

## Egenskaper hos återkopplade system:

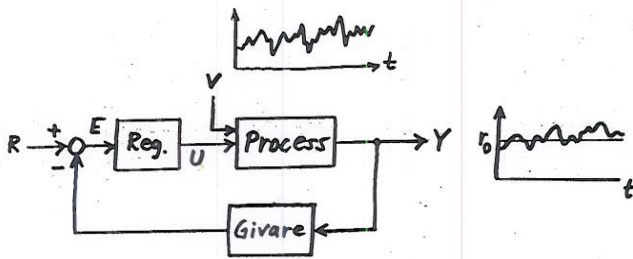


### Några viktiga egenskaper / begrepp

- Störningsdämpning.
- Snabbhet.
- Stabilitet.
- Kvarstående fel.

## Störningsdämpning:

Hur bra ett system "dämpar" störningar som påverkar en process.



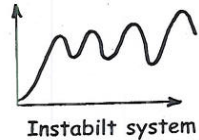
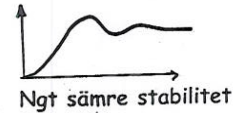
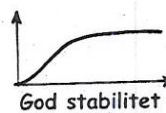
Det är önskvärt att variansen  $\text{var}(y)$  på utsignalen är så liten som möjligt.

## Stabilitet:

Ett stabilt system är ett system där man kan garantera att olika variabler inte plötsligt skenar iväg eller börjar pendla med tilltagande amplitud.

### Exempel

Insvängningsförlopp vid en börvärdesändring hos ett reglersystem:



- Det är typiskt för återkopplade system att de kan börja självsvänga och bli instabila om man har fel typ av regulator.
- Instabiliteten beror ofta på att regulatorn gör för kraftiga ingrepp i styrsignalen vid fel.



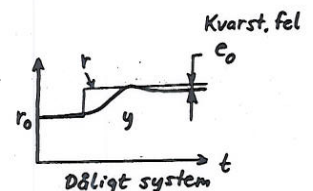
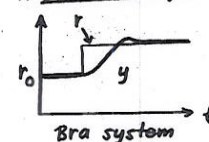
Stabiliteten måste kontrolleras vid dimensioneringen av alla reglersystem.

## Statisk noggrannhet – (kvarstående fel)

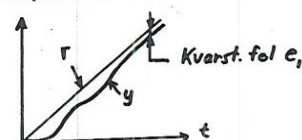
Har med ett reglersystems förmåga att klara olika typer av störningar och börvärdesändringar i statiskt tillstånd att göra.

### Exempel:

#### 1. Börvärdesändringar

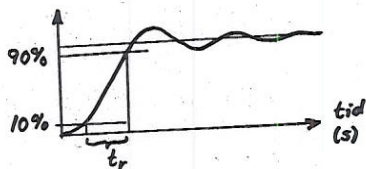


#### 2. Rampformat börvärde



## Snabbhet:

Hur bra ett regelsystem svänger in sig efter en börvärdesändring eller hur snabbt det eliminerar ett fel som uppstått efter en störning.



$t_r$  = Stigtiden

Snabbheten är ett relativt begrepp:

|                                |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|
| Temp. Reglering i bostäder     | $t_r \approx 30 \text{ min}$  |
| Kursvinkelreglering, fartyg    | $t_r \approx 0,5 \text{ min}$ |
| Varvtalsreglering, små motorer | $t_r \approx 3 \text{ s}$     |
| ABS-bromsar i bilar            | $t_r \approx 0,1 \text{ s}$   |

## OBS:

Egenskaper hos regelsystem är ett stort område:

- Mer om egenskaper finns att läsa i boken, kapitel 3.
- Något om vilka egenskaper som fås med olika regulatorer diskuteras i kapitel 4.
- Beräkning av egenskaper kommer i kapitel 7-10.



## Reglerprinciper

Principer för hur regulatorn i ett regelsystem arbetar.  
(Det matematiska sambandet mellan in- och utsignalen)



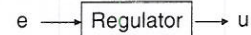
### Klassiska reglerprinciper

- Tvålägesreglering
- P, PI och PID-reglering
- Utvecklades redan på 40-60-talen
- Kan byggas med analoga komponenter

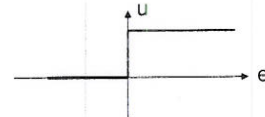
### Moderna reglerprinciper

- Exempel: Adaptiv reglering, Fuzzy Control,
- Dead-Beat-reglering, IMC, MPC mm
- Utvecklades från 1970-talet och framåt
- Kräver oftast digitala regulatorer

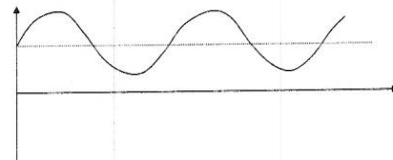
## Tvålägesreglering



- Den enklaste reglerprincipen
- Styrsignalen kan bara ha två värden

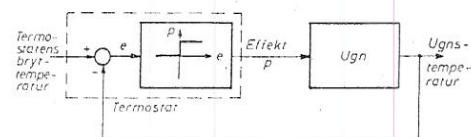
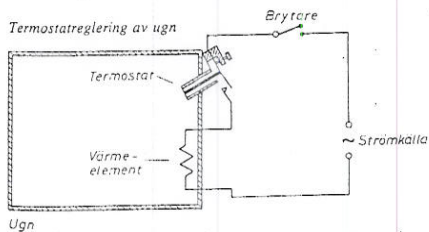


- Enkel och billig reglerprincip
- Används mest vid enkel temperaturreglering (i kylskåp, köksugnar, strykjärn mm)
- Leder oftast till oupphörliga svängningar i utsignalen
- Kan leda till stort mekaniskt slitage på styrdon

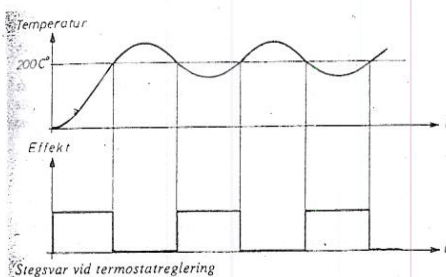


### EXEMPEL

Som exempel på tvålägesreglering ska vi studera termostatregering av en ugn. Figuren nedan visar principen för ett sådant system.

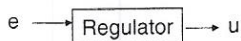


Blockschema för tvålägesregulator

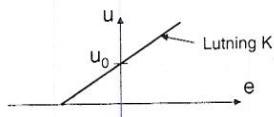


Svar vid termostatregering

## Proportionell reglering



- Reglerprincip där förändringarna i styrsignalen är proportionella mot felet
- Grundfunktion i de flesta regulatorer



$$u = u_0 + Ke$$

$K$  = regulatorns förstärkning

$u_0$  = styrsignalens normalvärde

Vi ser:

Om  $e > 0$  (börvärdet större än ärvärdet)  
så fås  $u > u_0$

Om  $e < 0$  (börvärdet lägre än ärvärdet)  
så fås  $u < u_0$

## Fördelar med P-reglering

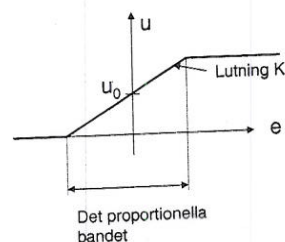
- Enkel och billig reglerprincip
- Styrsignalen varierar kontinuerligt

## Nackdelar med P-reglering

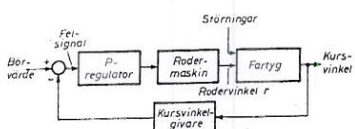
- Omöjligt att få bra stabilitet och bra snabbhet samtidigt
- P-reglering kan leda till kvarstående fel vid störningar och börvärdesändringar

## Övrigt

Proportionaliteten gäller i praktiken bara inom ett visst område. Om felet blir stort slår styrsignalen i taket. (ganska självklart)



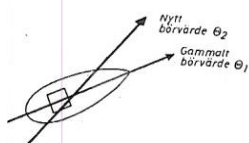
## Repetition



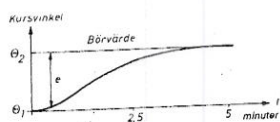
### Kursvinkelreglering

Antag att en P-regulator bestämmer kursvinkeln,

$$u = K e$$

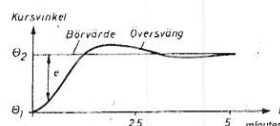


Hur ser insvängningsförloppet ut vid en börvärdesändring?



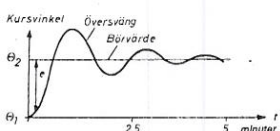
### Litet K

Litet roderutslag  
Långsam insvängning  
Stabilt



### Större K

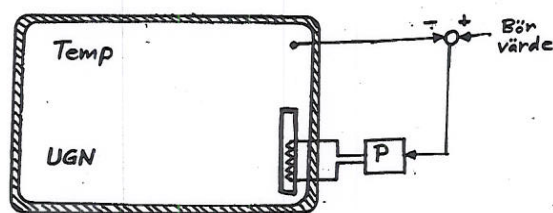
Större roderutslag  
Snabbare men större  
Översväng



### Ännu större K

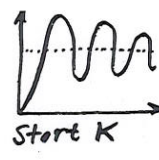
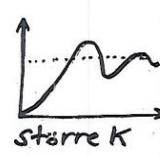
Ännu snabbare men  
Ännu sämre stabilitet

Fråga: Hur ser motsvarande kurvor ut i andra fall – t ex om man ska reglera temperaturen i en ugn med en P-regulator?

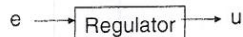


Hur ser insvängningsförloppet ut vid en börvärdesändring, från t ex 0 till 200 grader?

SVAR: Ungefär likadant!  
Snabbhet och stabilitet beror på vilken förstärkning man har



## Integrerande reglering



- Reglerprincip där styrsignalen är proportionell mot felets integral
- Kallas för I-reglering

$$u = u_0 + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt$$

$T_I$  = integrationstiden (s)

$u_0$  = regulatorns startvärde (ej viktig, kan vara noll)

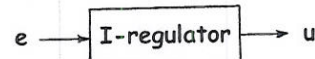
### Vi ser:

Om  $e > 0$  (börvärdet större än ärvärdet)  
Styrsignalen ökar så länge  $e > 0$ . Ökningen upphör inte förrän  $e = 0$ .

Om  $e < 0$  (börvärdet lägre än ärvärdet)  
Styrsignalen minskar så länge  $e < 0$ . Minskningen upphör inte förrän  $e = 0$ .

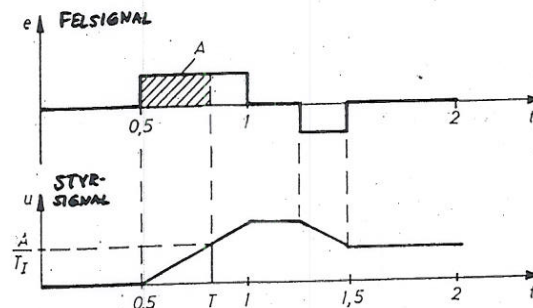
Om  $e = 0$ . Styrsignalen ändras inte.

## Integrerande reglering



$$u(t) = \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt$$

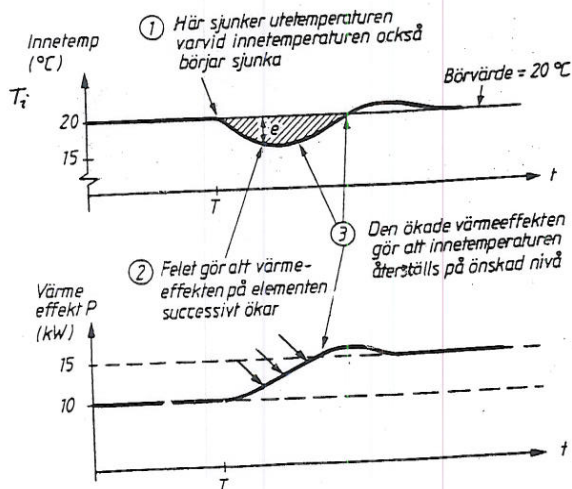
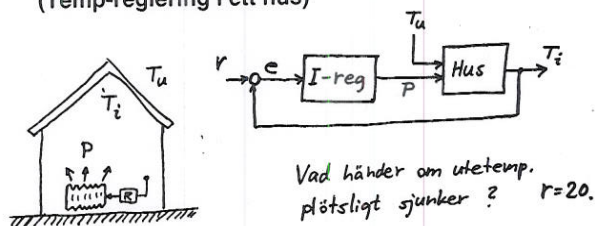
$T_I$  = integrationstiden



### Egenskaper

- **Fördel:** I-regulatorn kan ge olika stationärvärden på styrsignalen då felet  $e = 0$ . Detta gör att alla kvarstående fel elimineras.
- **Nackdel:** Enbart I-reglering ger dock mycket långsam reglering.

## Exempel på I-reglering (Temp-reglering i ett hus)

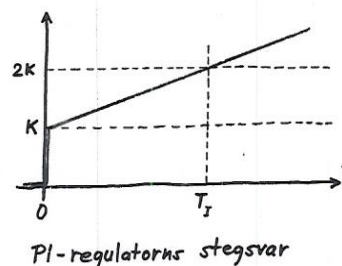


## PI-regulatorn

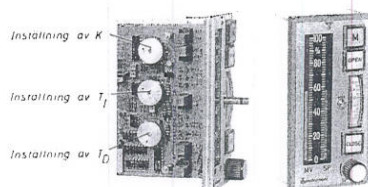
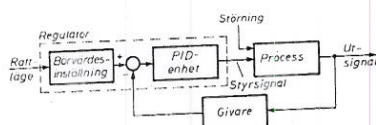
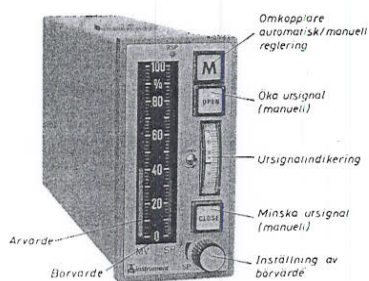
- Regulator med både P-verkan och I-verkan.

$$u = K \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt \right]$$

- Kombinerar I-regulatorns goda statiska egenskaper med P-regulatorns bättre snabbhet.
- Villkoret för att den ska fungera någorlunda är att man beräknar lämpliga värden på  $K$  och  $T_I$ .



## Exempel på en något äldre kommersiell PID-regulator



## Några data för regulatorn

- Innehåller både börvärdesgivare, jämförare och PID-enhet.
- Mikrodatorbaserad med en samplingstid på 0,2 sekunder.
- Anpassad för inmontering i industriella standardfack, s k DIN-standard.
- Drivs med 220 V AC. Drar ca 10 W.
- Kan ta emot givarsignaler av följande typer
 

|              |         |           |       |
|--------------|---------|-----------|-------|
| Strömsignal: | 4–20 mA | Spänning: | 1–5 V |
|              | 0–20 mA |           | 0–5 V |
- PID-parametrarna kan ställas inom följande gränser.

Förstärkningen  $K$ : 0,2 till 40 ggr  
 Integreringstiden  $T_I$ : 1,5 till 1 500 s  
 Deriveringstiden  $T_D$ : 0 till 600 s

## Matematik & modellering

- Laplacetransformen
- Modellering
- Linearisering
- Blockschematransformering

## Laplace-transformen

= Matematiskt "verktyg" som underlättar beräkningarna vid problem där lineära differentialekvationer är inblandade.

### Definition

Laplace-transformen till en tidsfunktion  $f(t)$  ges av:

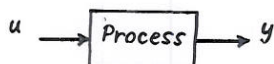
$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$$

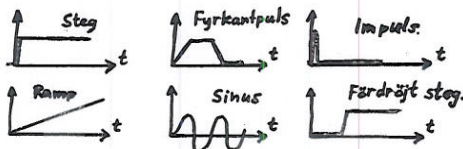
Laplace-transformen används speciellt för att bestämma de dynamiska egenskaperna hos olika system.

## Typiskt standardproblem

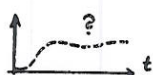
Vi har en process av något slag med en insignal  $u$  och en utsignal  $y$ .



- Sambandet mellan  $u$  och  $y$  beskrivs av en lineär differentialekvation.
- Systemet är i vila då  $t=0$
- Vi vet hur insignalen ser ut s.f.a. tiden  $u(t)$



Problem: Hur kommer utsignalen  $y(t)$  att se ut s.f.a. tiden - till följd av aktuell insignal ?



## Lösningsmetod

- ① Bestäm Laplace-transformen till insignalen  $\Rightarrow U(s)$
- ② Bestäm systemets överföringsfunktion  $G(s)$
- ③ Multiplicera ihop!  
 $Y(s) = U(s) \cdot G(s)$
- ④ Inverstransformera  
 $\Rightarrow y(t)$

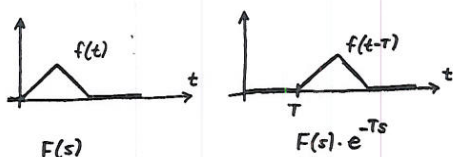
Steg 1 och 2: Här används tabeller och räkneregler för laplacetransformen

Steg 4: Här får man ibland partialbräksuppdelning. Annars används tabeller med laplacetransformer.

## Viktiga regler

### Fördröjningssatsen

Om  $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$  så gäller att  $F(s) \cdot e^{-Ts} = \mathcal{L}[f(t-T)]$



### Deriveringssatsen

Om  $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$  och om  $f(0) = 0$  så gäller att

$$\mathcal{L}[f'(t)] = s \cdot F(s)$$

### Integrationsssatsen

Om  $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$  så gäller att

$$\mathcal{L}\left[\int f(t) dt\right] = \frac{1}{s} \cdot F(s)$$

## Modellering

Det finns två huvudmetoder att bestämma överföringsfunktionen för tekniska processer:

### 1. Teoretisk modellering

Överföringsfunktionen härleds med hjälp av olika fysikaliska grundlagar, t ex Newtons lagar, energibalanslagar mm.

### 2. Experimentell modellering

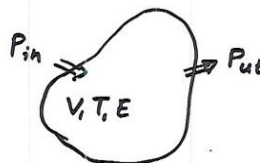
(Processidentifiering)

Överföringsfunktionen bestäms med hjälp av experiment och mätningar. Detta kräver att processen är färdigbyggd.

- Stegvarsanalys
  - Exp frekvensanalys
  - Minsta kvadratmetoden
- mm

## Termiska system

= Processer som utbyter värmeenergi med sin omgivning. Typiska in- och utsignaler är temperaturer och värmeeffekter.



### Exempel på termiska system i praktiken

- Vattentankar
- Kemiska processer
- Ugnar (industriella)
- Bostäder, sjukhus mm
- Pannor
- Kärnkraftverk
- Kylaggregat
- Flygplan

mm.

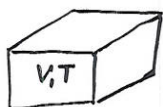
## Grundläggande naturlagar för termiska system

Energilans-  
ekvationen:

$$\frac{dE}{dt} = P_{in} - P_{ut}$$

Värmeenergiändring  
har en viss mängd  
material (J)

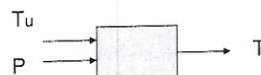
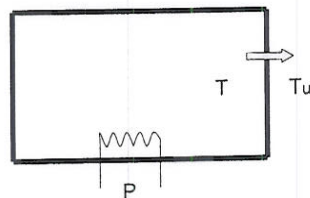
$$E = T \cdot V \cdot \rho \cdot c$$



$$\begin{cases} T = \text{temperatur (ändring)} \\ V = \text{volym (m}^3\text{)} \\ \rho = \text{densitet (kg/m}^3\text{)} \\ c = \text{värmekapacitet (J/kg}^\circ\text{C)} \end{cases}$$

## Exempel

Elektriskt uppvärmd ugn



Värmebalans ekvation

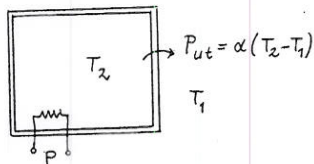
$$dE/dt = P - k(T - T_u)$$

Tillförd effekt

Bortförd effekt

$k$  = värmegenomgångstalet

7.7



Värmebalans ekvationen ger

$$\frac{dE}{dt} = P_{in} - P_{ut}$$

$$E = VT_2 \rho c$$

$$\Rightarrow V \rho c \frac{dT_2}{dt} = P - \alpha(T_2 - T_1)$$

Med  
siffror  
fas:

$$25 \frac{dT_2}{dt} + 0,05 T_2 = P + 0,05 T_1$$

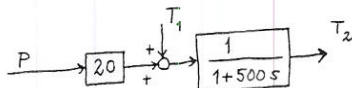
Laplace-  
transformering  
ger:

$$25 T_2 s + 0,05 T_2 = P + 0,05 T_1$$

$$\text{dvs } G_1 = \frac{T_2}{T_1} = \frac{0,05}{0,05 + 25s} = \frac{1}{1 + 500s}$$

$$G_2 = \frac{T_2}{P} = \frac{1}{0,05 + 25s} = \frac{20}{1 + 500s}$$

Blockschema



## Mekaniska system

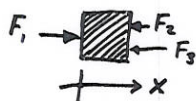
System med en eller flera massor (hopkopplade på olika sätt) som är i rörelse och där krafter & rörelser är in- och utsignaler.

### Exempel:

robotarmar, självgående truckar, fartyg, bilar, satelliter, traverskranar, roterande system, flygplan mm.

## Grundläggande lag för mek system

### NEWTONS ANDRA LAG

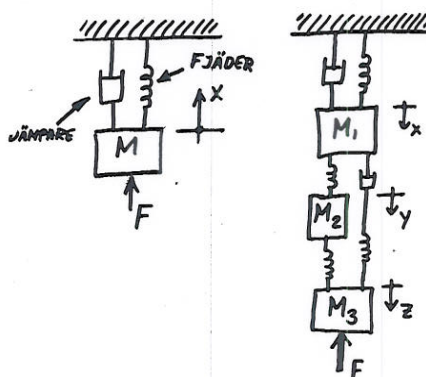


$$\sum F = M \cdot \ddot{x}$$

ELLER

$$\ddot{x} = \frac{\sum F}{M}$$

## System med massor, fjädrar och dämpare

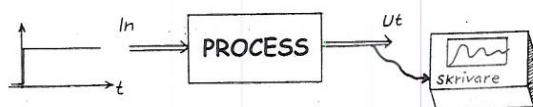


Typiska in/utsignaler Positioner, Krafter, Hastigheter.

Söker  $G_1 = \frac{X}{F}$   $G_2 = \frac{Y}{F}$  ....

## Stegsvars-identifiering

En experimentell metod att bestämma överföringsfunktionen för en process.



### Fördelar/Nackdelar

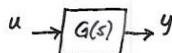
- Mycket enkel metod (+)
- Kräver att processen är färdigbyggd och att man kan experimentera med den (-)
- Ger ofta bara ett approximativt resultat eftersom man inte alltid hittar någon överföringsfunktion som stämmer exakt med processen och eftersom processen också påverkas av störningar.

## Samband mellan stegsvar och överföringsfunktion

| Typ av process                                         | Överföringsfunktion                       | Stegsvar (vid enhetssteg) |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Process med P-verkan                                   | $G(s) = K$                                |                           |
| En tidskonstant                                        | $G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$                 |                           |
| En tidskonstant + dödtid                               | $G(s) = \frac{K e^{-Ls}}{1 + Ts}$         |                           |
| Integration                                            | $G(s) = \frac{K}{s}$                      |                           |
| Integration + en tidskonstant                          | $G(s) = \frac{K}{s(1 + Ts)}$              |                           |
| Integration + dödtid                                   | $G(s) = \frac{K \cdot e^{-Ls}}{s}$        |                           |
| Två tidskonstanter (se även nedan)                     | $G(s) = \frac{K}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$ |                           |
| Andra ordningens process med översväng (se även nedan) | $G(s) = \frac{K}{a s^2 + b s + 1}$        |                           |

## Lineära system - definition

System för vilka superpositionsprincipen gäller



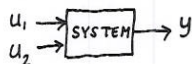
### Superpositionsprincipen

Om signalen  $u_1(t)$  ger utsignalen  $y_1(t)$  och signalen  $u_2(t)$  ger utsignalen  $y_2(t)$  så gäller att signalen

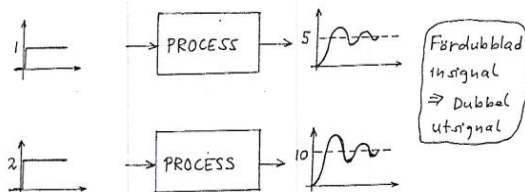
$a \cdot u_1(t) + b \cdot u_2(t)$  ger utsignalen  $a y_1(t) + b y_2(t)$ .

### Egenskap hos lineära system

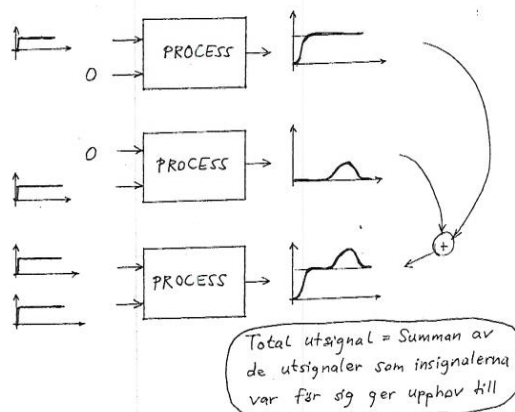
För system med flera insignaler kan man beräkna utsignalen som summan av de bidrag insignalerna var för sig ger upphov till.



## Linearitet – superpositionsprincipen – exempel



### System med två insignaler



## Olineära system – modeller

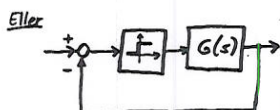
Lineära system = System där alla block kan beskrivas med lineära differentialekvationer.

$$a_0 \frac{d^m y}{dt^m} + a_1 \frac{d^{m-1} y}{dt^{m-1}} + \dots + a_n y = b_0 \frac{d^m u}{dt^m} + \dots + b_m u$$

Ex  $2y'' + 3y' + 5y = u' + 2u$   
 $7y''' + 4y' = 2u'' + u$

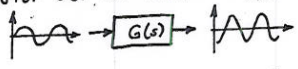
Olineära system = Alla övriga system, t.ex. system med statiska olineariteter eller system som beskrivs med olineära diff-ekvationer.

Ex  $2y + 3y = 5\sqrt{u} + u^2$   $u \rightarrow [S] \rightarrow y$   
 $12y'' + 6u \cdot y = 5u$   
 $10y'' + 5y = u^3 + \sin u$   
 $y = \sqrt{u}$



## Fördelar med lineära system

Det finns en välutvecklad teori för lineära system, som gör att man kan analysera och dimensionera sådana system på ett enkelt sätt.

- ▲ Man kan lösa många problem med Laplacetransformering & överföringsfunktioner (t.ex. beräkning av tidsförlopp)
- ▲ Lineära system har intressanta frekvensegenskaper som en stor del av teorin bygger på.  

- ▲ Man kan förenkla komplicerade blockdiagram mha blockschema-transformering.
- ▲ Många dimensioneringsmetoder för reglersystem bygger på att det är lineära system

## Linearisering

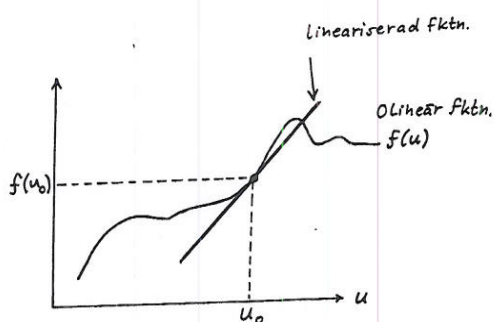
Metod att skriva om en olinjär diff-ekvation till en approximativ linjär motsvarighet (som gäller nära en viss arbetspunkt)

### Villkor för linearisering

1. Det ska vara "mjuka" olinjäriteter (t.ex. ej tvålägesregulator)
2. Variationsområdet för  $u$  och  $y$  får ej vara för stort

### Fördelar

Efter linearisering kan man använda de vanliga linjära dimensioneringsmetoderna



$$\begin{cases} f(u) \approx f(u_0) + \left. \frac{df}{du} \right|_{u_0} \cdot \Delta u \\ \Delta u = u - u_0 \end{cases}$$

## Metodik – linearisering

- ① Bestäm arbetspunkten ( $u_0, y_0$ )

$y_0$  = normalvärdet på utsignalen  
 $u_0$  = motsvarande insignalvärde vid jämvikt (sätt  $u' = y' = \dots = 0$ )

- ② Inför nya variabler  $\begin{cases} \Delta u = u - u_0 \\ \Delta y = y - y_0 \end{cases}$

- ③ Gör en första ordningens Taylor-utveckling av den olinjära delen  $f(u)$  kring arbetspunkten

$$f(u) \approx f(u_0) + \left. \frac{df}{du} \right|_{u_0} \cdot \Delta u$$

- ④ Byt alla variabler i diff-ekvationen mot de nya variablerna  $\Delta u, \Delta y \dots$  enl. ovan.

- ⑤ Laplacetransformera för att få överföringsfunktionen.

## Flervariabel Taylorutveckling

$$f(u, y) = f(u_0, y_0) + \left. \frac{df}{du} \right|_{u_0} \cdot \Delta u + \left. \frac{df}{dy} \right|_{y_0} \cdot \Delta y$$

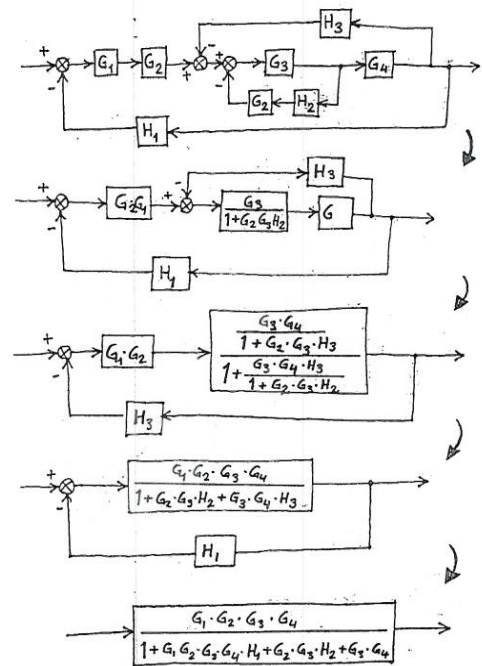
(används om både  $u$  och  $y$  ingår i den olinjära delen)

## Blockschematransformering =

Metoder och regler för att omforma blockscheman.

Används mest för att förenkla komplicerade blockscheman.

## Exempel på blockschematransformering



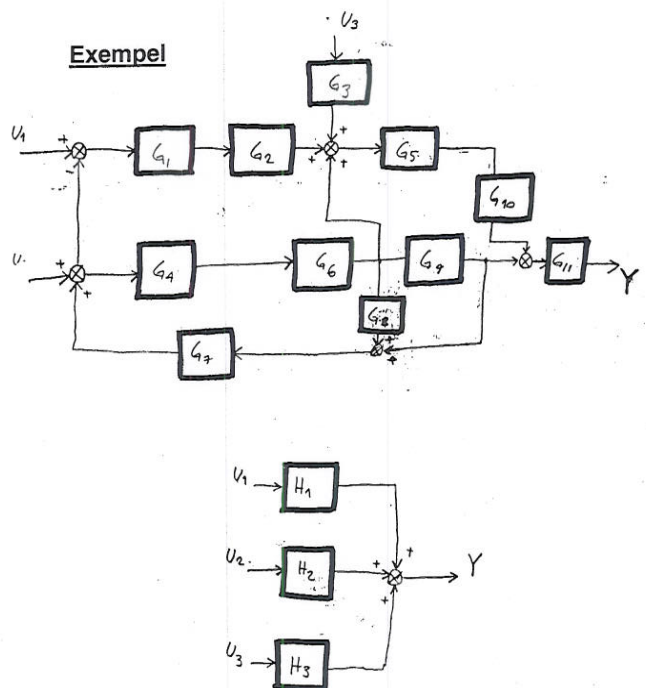
## Regler för blockschematransformering

| Regel                              | Blockschema                                                            | Ekvivalent system                                                                    |
|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Seriekoppling                      | $X \rightarrow [G_1] \rightarrow [G_2] \rightarrow Y$                  | $X \rightarrow [G_1 \cdot G_2] \rightarrow Y$                                        |
| Parallellkoppling                  | $X \rightarrow \begin{cases} [G_1] \\ [G_2] \end{cases} \rightarrow Y$ | $X \rightarrow [G_1 + G_2] \rightarrow Y$                                            |
| Återkoppling (negativ och positiv) | $X \rightarrow \begin{cases} [G_1] \\ [G_2] \end{cases} \rightarrow Y$ | $X \rightarrow \begin{cases} [G_1] \\ [1 - G_1 \cdot G_2] \end{cases} \rightarrow Y$ |

**Obs!** Detta är inte samma slags seriekoppling och parallellkoppling som i ellära.

(Serie och parallellkoppling av processer)

## Exempel



$$Y = H_1 \cdot U_1 + H_2 \cdot U_2 + H_3 \cdot U_3$$

Utsignalen är summan av ett bidrag från varje insignal.

## Ytterligare blockschemaregler

| Lag                                                                        | Ursprungligt<br>blockschema | Ekvivalent<br>blockschema |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| Flyttning av en förgre-<br>ningspunkt efter ett<br>block                   |                             |                           |
| Flyttning av en sum-<br>merings- eller differens-<br>punkt efter ett block |                             |                           |
| Flyttning av en förgre-<br>ningspunkt före ett<br>block                    |                             |                           |
| Flyttning av en sum-<br>merings- eller differens-<br>punkt före ett block  |                             |                           |
| Byte av plats på sum-<br>merings- och differens-<br>punkter                |                             |                           |

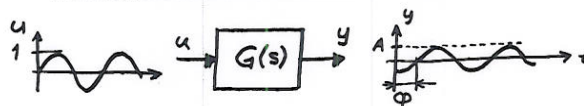
## Frekvenssegenskaper mm

- Bodediagram
- Nyquistdiagram
- Bestämning av egenskaper hos återkopplade system

## Mycket viktig sats

Om insignalen till ett lineärt stabilt system  $G(s)$  är sinusformad med frekvensen  $\omega$ , så blir den stationära utsignalen också sinusformad med samma frekvens.

Amplitud och fasläge på in- och utsignal kan dock skilja sig.



Amplitudförstärkningen och fasvridningen ges av de två funktionerna:

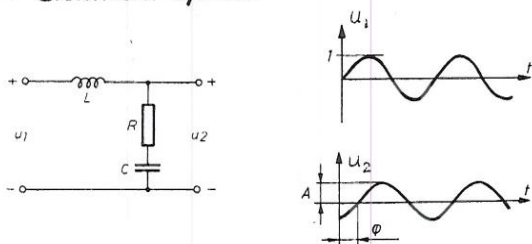
$$A(\omega) = |G(j\omega)| \quad \text{Amplitudfunktionen}$$

$$\phi(\omega) = \angle G(j\omega) \quad \text{Fasfunktionen}$$

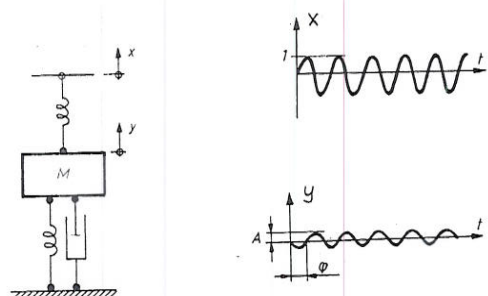
Bevis: se appendix  
(Ekvivalent med  $j\omega$ -metoden)

## Exempel på hur det kan se ut

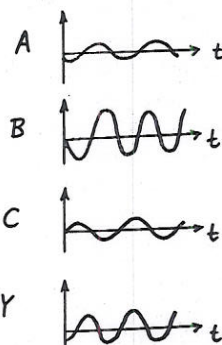
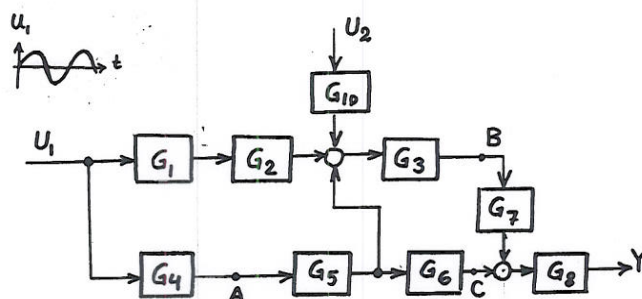
- Elektriskt system



- Mekaniskt system



## Exempel



En sinussignal in på något ställe i ett lineärt system fortplantar sig till alla delar av systemet

## Analys av sinusformade signaler. Varför är det så viktigt?

1. Sinusformade signaler är mkt vanliga inom tekniken (vibrationer, oscillationer, svängningar, störningar mm).
2. Flera bevis som kommer senare i kursen bygger på analys av hur sinusformade signaler fortplantar sig i lineära system.
3. Bodediagrammet bygger på analys av sinusformade signaler.

## Bodediagram

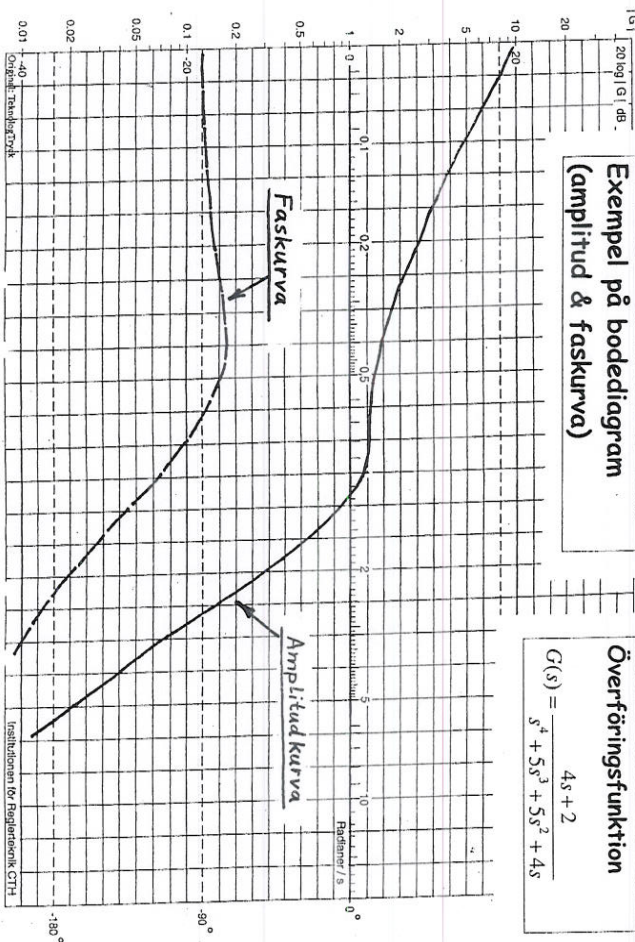
### Mycket viktig sak!

Viktigt hjälpmedel för att:

- 1) Analysera reglersystem (d v s bestämma egenskaper hos reglersystem)
- 2) Dimensionera reglersystem (PID-parametrar mm)

Vi måste lära oss två saker:

- 1) Hur gör man för att **rita** Bodediagram?
- 2) Hur gör man för att **tolka** Bodediagram?



## Att rita bodediagram – två metoder

### 1. Med räknedosa

Bestäm  $|G(\omega)|$  och  $\angle G(\omega)$  och räkna ut kurvorna punkt för punkt.

### 2. Med asymptoter

Dela upp  $G(s)$  i enklare faktorer

$$G = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \dots$$

Rita faktorerna var för sig mha. deras asymptoter - addera sedan delarnas bidrag i bodediagrammet.

## Grundfaktorer

$$G(s) = K$$

$$G(s) = \frac{1}{1+Ts}$$

$$G(s) = 1+Ts$$

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = s$$

$$G(s) = e^{-Ts}$$

$$G(s) = \frac{1}{as^2 + bs + 1}$$

Antag att  $G = G_1 * G_2 * G_3$

Då gäller också att

$$|G(j\omega)| = |G_1(j\omega)| \cdot |G_2(j\omega)| \cdot |G_3(j\omega)|$$

Och efter logaritmering gäller

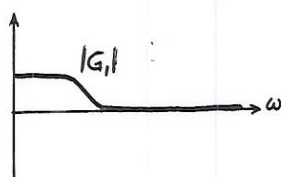
$$\log |G| = \log |G_1| + \log |G_2| + \log |G_3|$$

**Alltså:** I ett logaritmiskt diagram kan delfaktorernas bidrag till den totala amplitudkurvan summeras

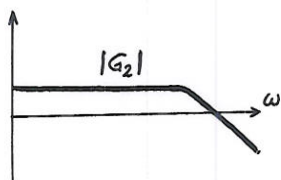
$$\begin{cases} z = z_1 \cdot z_2 \Rightarrow |z| = |z_1| \cdot |z_2| \\ \log a \cdot b = \log a + \log b \end{cases}$$

## Exempel

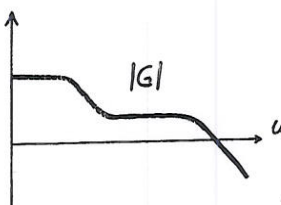
Antag att  $G = G_1 * G_2$



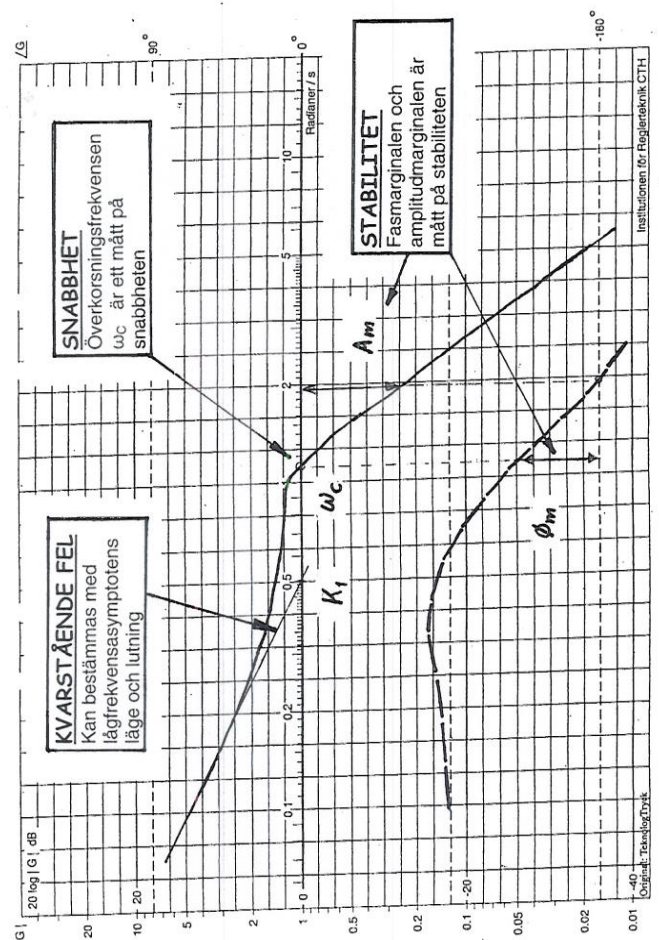
Amplitudkurva för  $G_1$



Amplitudkurva för  $G_2$



Total amplitudkurva  
(fås genom grafisk addition av delkurvorna)



## Bode-diagram i reglertekniken

- Grafisk framställning av amplitud- och fasfunktionen för en viss process. ( $A(\omega)$  och  $\phi(\omega)$ )
- Kan ritas på två olika sätt, antingen exakt (med räknedose-metoden) eller med hjälp av asymptoter.
- Ritas oftast på ett speciellt diagrampapper.
- Används till delvis andra ändamål än i elektroniken. Funktionerna kan också se annorlunda ut (innehålla dödtid mm)
- Bodediagrammet kan också mätas upp experimentellt.

Exempel  $G(s) = \frac{4(s+0,5)}{s(s+4)(s^2+1)}$

Frekv. funkt  $G(j\omega) = \frac{4(j\omega+0,5)}{j\omega(j\omega+4)(j\omega+1-j\omega^2)}$

Ampl-funkt  $A(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{4 \sqrt{\omega^2 + 0,25}}{\omega \sqrt{\omega^2 + 16} \cdot \sqrt{\omega^2 + (1-\omega^2)^2}}$

Fas-funkt.

$$\phi(\omega) = \angle G(j\omega) = \arctan\left(\frac{\omega}{0,5}\right) - 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega}{4}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{1-\omega^2}\right)$$

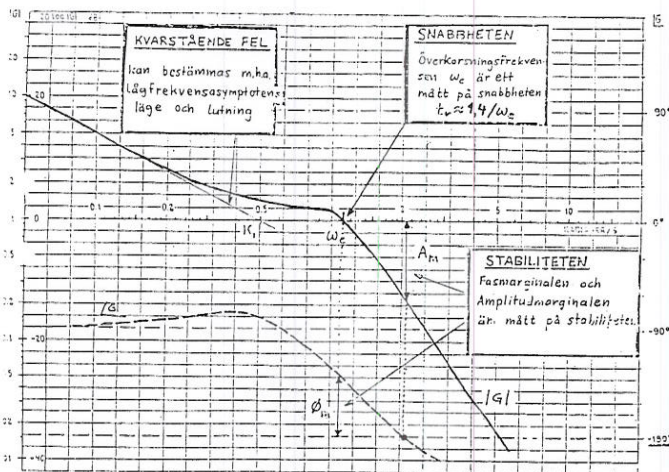
Tabell

| $\omega$ | $A(\omega)$ | $\phi(\omega)$ | $A(\omega)$ dB |
|----------|-------------|----------------|----------------|
| 0,25     | 2,30        | -82            | 7,2            |
| 0,4      | 1,71        | -83            | 4,7            |
| 0,625    | 1,45        | -93            | 3,2            |
| 1        | 1,08        | -131           | 0,7            |
| 1,6      | 0,43        | -173           | -7,3           |
| 2,5      | 0,15        | -198           | -16,5          |
| 4        | 0,046       | -217           | -26,7          |
| 6,25     | 0,014       | -233           | -37            |
| 0,16     | 3,32        | -84            | 10,4           |

$$x_{\text{qgr}} = 20 \cdot \log(x) \text{ dB}$$

## Bode-diagrammet

blir



Stabilitet  $\left\{ \begin{array}{l} \phi_m \approx 50^\circ \\ A_m \approx 13 \text{ dB} = 10^{\frac{13}{20}} \text{ qgr} = 4,5 \text{ qgr} \end{array} \right.$

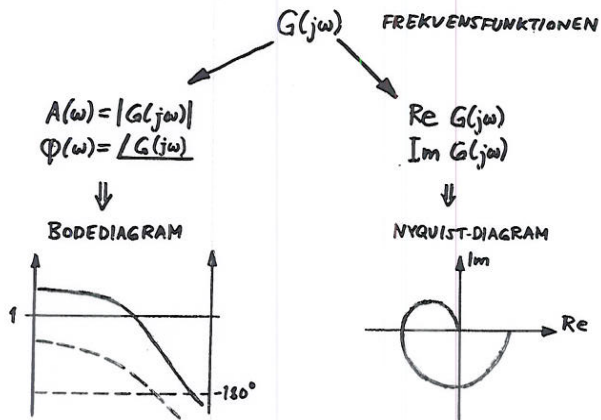
$\omega_c = 1,1 \text{ rad/s}$

$e_1 = \frac{1}{0,5} = 2$

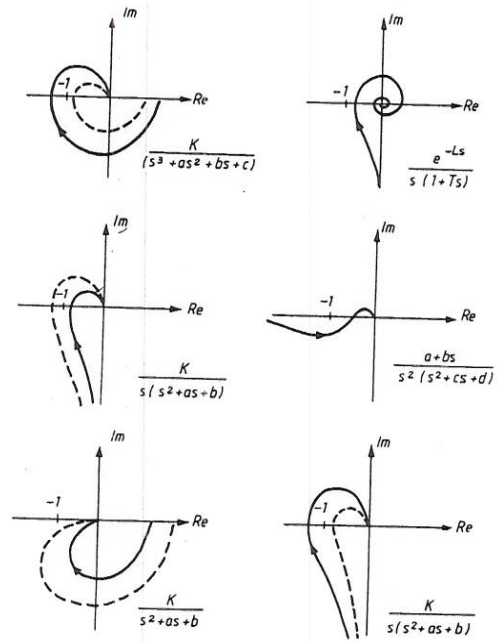
Stabilt system!

## Nyquist-diagram

- Ett alternativt sätt att grafiskt framställa frekvensfunktionen  $G(j\omega)$  för ett system.



- Ett Nyquistdiagram är en grafisk framställning av  $G(j\omega)$  med endast en kurva. Den innehåller dock samma information som Bodediagrammet.



Exempel på Nyquistdiagram för ett antal överföringsfunktioner