

TELEKOMMUNIKATION (RRY 010)

SVAR TILL DE FLESTA ÖVNINGSUPPGIFTERNA.

VÅGLÄRA.

V1. Se föreläsningssanteckningar och kursmaterialet.

V2.

a) $A = 1,0 \text{ m}$, $T = 2,5 \text{ s}$, $f = 0,4 \text{ Hz}$, $\lambda = 10 \text{ m}$, $v_{\text{fas}} = 4 \text{ m s}^{-1}$, utbredning sker i positiv x -led.

b) $h(x, 0) = -1,0 \sin(2\pi 0,1 x) \text{ m}$, under tidsintervallet $\Delta t = 0,625 \text{ s}$ flyttar sig vågen $2,5 \text{ m}$ i positiv x -led, osv...

c) $h(0, t) = 1,0 \sin(2\pi 0,4 t) \text{ m}$, ett rumsintervall på $\Delta x = 5 \text{ m}$ innebär en fasförskjutning med π rad, dvs en förskjutning i tid med $1,25 \text{ s}$, ett rumsintervall på $\Delta x = 10 \text{ m}$ innebär en fasförskjutning med 2π rad, dvs en förskjutning i tid med $2,5 \text{ s}$,

d) $A = 1,5 \text{ m}$, $T = 5 \text{ s}$, $f = 0,2 \text{ Hz}$, $\lambda = 5 \text{ m}$, $v_{\text{fas}} = 1 \text{ m s}^{-1}$, utbredning sker i negativ x -led.

$h(x, 0) = 1,5 \sin(2\pi 0,2 x) \text{ m}$, under tidsintervallet $\Delta t = 0,625 \text{ s}$ flyttar sig vågen $0,625 \text{ m}$ i negativ x -led, osv...

$h(0, t) = 1,5 \sin(2\pi 0,2 t) \text{ m}$, ett rumsintervall på $\Delta x = 5 \text{ m}$ innebär en förskjutning i tid med $5,0 \text{ s}$, osv...

V3.

a) $p(z, t) = 10 \sin(340 \pi t - \pi z) \text{ Pa}$, $v_{\text{fas}} = 340 \text{ m s}^{-1}$

b) $p(z, 0) = -10 \sin(\pi z) \text{ Pa}$

c) $p(0, t) = 10 \sin(340 \pi t) \text{ Pa}$

V4. Beteckna amplituden med $A(z) = 10 \exp(-\alpha z)$.

a) $f = 2 \text{ GHz}$, $\lambda = 10 \text{ cm}$, $v_{\text{fas}} = 2 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

b) $A(0) = 10 \text{ volt}$

c) $A(z) = 10 \exp(-1) \approx 3,68 \text{ volt}$

d) $\alpha = \frac{\ln 5}{20} \approx 0,0805 \text{ Np m}^{-1}$

V5.

a) $v = 340 \text{ m s}^{-1}$

b) Beteckna avståndet mellan de pulskanter som står närmast varandra med $d(t)$: totala vågen har formen av två separata pulser (amplitud $0,1 \text{ m}$) för tider $t < 0,2 \text{ s}$

och $t > 0,3$ s, med $d(0)$ och $d(0,5) = 136$ m, $d(0,1) = 68$ m, $d(0,2)$ och $d(0,3)=0$. I intervallet $0,2 \leq t \leq 0,3$ överlappar vågorna delvis helt varandra: Vid $t = 0,2$ och $0,3$ s har totala vågen höjden $0,1$ m och längden 68 m; vid $t = 0,225$ och $0,275$ har totala vågen längden 51 m med ett 17 m brett mittenparti med höjden $0,2$ m och 17 m breda $0,1$ m höga flanker, vid $t = 0,25$ s är totala vågen en $0,2$ m hög puls med längden 34 m.

c) Totala vågen har formen av två separata pulser (amplitud $0,1$ m resp. $-0,05$ m) för tider $t < 0,2$ s och $t > 0,3$ s, med $d(0)$ och $d(0,5) = 136$ m, $d(0,1) = 68$ m, $d(0,2)$ och $d(0,4)=0$. I intervallet $0,2 \leq t \leq 0,3$ överlappar vågorna delvis helt varandra: Vid $t = 0,2$ är vågen 68 m varav hälften positiv med höjden $0,1$ m och hälften negativ med höjden $-0,1$ m. Samma gäller vid $t = 0,3$ med pulshöjderna omkastade. Vid $t = 0,225$ är vågen ett trappsteg med tre 17 m långa delar, med höjderna $0,1$ m, $0,0$ m resp. $-0,1$ m. Samma gäller vid $t = 0,275$ men med höjderna hos stegen omkastade. Vid $t = 0,25$ s är totala vågen noll (d.v.s. fullständigt destruktiv interferens).

d) Vågen utbreder sig med 340 m s^{-1} i form av två separata pulser med det konstanta avståndet $136+34=170$ m mellan framkanterna.

e) Totala vågen har formen av två separata pulser (amplitud $0,1$ m resp. $0,05$ m) för tider $t < 0,2$ s och $t > 0,3$ s, med $d(0)$ och $d(0,5) = 136$ m, $d(0,1) = 68$ m, $d(0,2)$ och $d(0,4)=0$. I intervallet $0,2 \leq t \leq 0,3$ överlappar vågorna delvis helt varandra: Vid $t = 0,2$ är vågen 68 m varav hälften med höjden $0,1$ m och hälften med höjden $0,05$ m. Samma gäller vid $t = 0,3$ med pulshöjderna omkastade. Vid $t = 0,225$ är vågen ett trappsteg med tre 17 m långa delar, med höjderna $0,1$ m, $0,15$ m resp. $0,05$ m. Samma gäller vid $t = 0,275$ men med höjderna hos stegen omkastade. Vid $t = 0,25$ s är totala vågen en $0,15$ m hög puls med längden 34 m.

f) Totala vågen har formen av två separata pulser (amplitud $0,1$ m resp. $-0,05$ m) för tider $t < 0,2$ s och $t > 0,3$ s, med $d(0)$ och $d(0,5) = 136$ m, $d(0,1) = 68$ m, $d(0,2)$ och $d(0,4)=0$. I intervallet $0,2 \leq t \leq 0,3$ överlappar vågorna delvis helt varandra: Vid $t = 0,2$ är vågen 68 m varav hälften positiv med höjden $0,1$ m och hälften negativ med höjden $-0,05$ m. Samma gäller vid $t = 0,3$ med pulshöjderna omkastade. Vid $t = 0,225$ är vågen ett trappsteg med tre 17 m långa delar, med höjderna $0,1$ m, $0,05$ m resp. $-0,05$ m. Samma gäller vid $t = 0,275$ men med höjderna hos stegen omkastade. Vid $t = 0,25$ s är totala vågen en $0,05$ m hög puls med längden 34 m.

V6.

a) $A = 2$ cm, $f = \frac{5}{\pi}$ Hz, $\lambda = \frac{\pi}{10}$ m, $v_{\text{fas}} = 0,5 \text{ m s}^{-1}$, våg 1 utbreder sig i positiv x -led och våg 2 i negativ x -led.

b) $h(x,t) = h_1(x,t) + h_2(x,t) = 4 \sin(10t) \cos(20x)$

c) $h(x,t)$ har maxima (positiva/negativa) vid $x = 0, \pm \frac{2\pi}{40}, \pm \frac{4\pi}{40}$, o.s.v., och mini-

ma (noder med värdet noll) vid $x = \pm \frac{\pi}{40}, \pm \frac{3\pi}{40}$, o.s.v. Vid $t = 0$ är $h = 0$ överallt. Maxvärdet för $|h(x, \frac{\pi}{60})|$ är 2, max. för $|h(x, \frac{\pi}{60})|$ är $2\sqrt{2} \approx 2,8$ och max. för $|h(x, \frac{\pi}{20})|$ är 4.

Avståndet mellan två efter varandra liggande positiva maxima är λ , samma gäller mellan två närliggande negativa maxima. Avståndet mellan två efter varandra liggande nollställen (noder) är $\lambda/2$.

d) $|h(x, t)|$ har maxvärdet $4 |\sin(10 t)|$ cm och minvärdet noll. Max inträffar i samma rumspositioner som positiva/negativa max deluppg. c. Min. inträffar vid noderna i deluppg. c. $h(x, t)$ och $|h(x, t)|$ uppvisar ett 'stående vågmönster', dvs ett pulserande mönster, strängen 'vibrerar'.

e) $h(x, t) = h_1(x, t) + h_2(x, t) = -4 \cos(10 t) \sin(20 x)$. $|h(x, t)|$ har maxvärdet $4 |\sin(10 t)|$ och minvärdet noll. Maxima inträffar vid $x = \pm \frac{\pi}{40}, \pm \frac{3\pi}{40}$, o.s.v., och minima vid $x = 0, \pm \frac{2\pi}{40}, \pm \frac{4\pi}{40}$, o.s.v., Avståndet mellan två efter varandra liggande maxima är $\lambda/2$, samma gäller avståndet mellan två efter varandra liggande minima.

f) $h(x, t) = h_1(x, t) + h_2(x, t) = 2,5 \sin(10 t) \cos(20 x) - 1,5 \cos(10 t) \sin(20 x)$. Max.toppvärde=2,5 cm; min.toppvärde=1,5 cm.

g) $h(x, t) = h_1(x, t) + h_2(x, t) = 1,5 \sin(10 t) \cos(20 x) - 2,5 \cos(10 t) \sin(20 x)$. Max.toppvärde=2,5 cm; min.toppvärde=1,5 cm.

h) Extremvärden $|A_1 + A_2|$ respektive $|A_1 - A_2|$.

V7. a) $h(x, t) = 2 A_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x)$

b) $h(x, t) = 0$

c) $h(x, t) = 1,5 A_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x)$

d) $h(x, t) = 2 A_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x) [1 + 2 \cos(\omega_1 t - k_1 x)]$
 $= 2 A_1 \sin(1,5 \omega_1 t - 1,5 k_1 x) \cos(0,5 \omega_1 t - 0,5 k_1 x)$

e) $h(x, t) = A_1 [\sin(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_1 t - k_1 x)] = \sqrt{2} A_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x + \frac{\pi}{4})$

f) $h(x, t) = 0$

g) -

h) -

V8. Beteckna totala vågfunktionen med $g(x, t)$.

a) $g(x, t) = -0,2 \cos(20 \pi t) \sin(10 \pi x)$. Stående våg med minima (med toppvärdet noll) vid $x = 0$ m; $x = -0,1$ m; $x = -0,3$ m osv. Maxima (med toppvärdet 0,2 m) inträffar vid $x = -0,05$ m; $x = -0,15$ m; $x = -0,25$ m osv.

b) $g(x, t) = 0,2 \sin(20 \pi t) \cos(10 \pi x)$. Max och minpositionerna omkastade jämfört med deluppgift a.

V9. -

V10.

a) $u_{tot}(x, t) = 2 \cos(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t - \frac{k_1 + k_2}{2} x) \cos(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x)$

b) -

- c)-
- d) $v_{grupp} < v_{fas}$
- e) -
- f) -

ELEKTROMAGNETISKA FÄLT, TEM-VÅGOR.

F1. Se anteckningar & övningar i Elteknik (LEU 460).

F2. Se föreläsningssanteckningar.

F3.

- a) $\lambda \approx 94,25 \text{ m}$
- b) Beteckna kapacitansen per längdenhet med C . Då blir $i(t) = C l \frac{du(t)}{dt} \approx 1,77 \cdot 10^{-3} \cos(10^7 t) \text{ ampere}$
- c) Tidsvarierande E -fält mellan plattorna ger s.k. 'förskjutningsströmmen'.
- d) Toppvärden: $E = \frac{u_{\max}}{b} = 5 \text{ kV}$, $D = \epsilon_r \epsilon_0 E = 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ coulomb m}^{-2}$.
- e) Antag att övre plattan positivt laddad vid aktuell tidpunkt, och att ledningen är ritad på pappret så att vi tittar in i den. Då är E -fältet & D -fältet riktade från övre till nedre plattan, strömmen går in i pappret i övre plattan och upp ur pappret i nedre plattan.
- f) Kapacitans: Vad är uttrycket för kapacitansen hos en plattkondensator ut? Alternativ: använd $Q = C l u$, $u = E l$ och Gauss lag (för ett samband mellan E och Q).

Induktans: Använd $\Phi = L l i$, $\Phi = B A$ och Amperes lag (för ett samband mellan B och i).

För fler detaljer hänvisas till kursen i Elteknik (LEU 460)!

F4.

- a) Beteckna induktansen per längdenhet med L . Då blir $u(t) = L l \frac{di(t)}{dt} \approx 2,51 \cdot 10^{-2} \cos(10^7 t) \text{ volt}$
- b) Tidsvarierande magnetfält inducerar en spänning.
- c) Toppvärden: $H = \frac{i_{\max}}{a} = 10,0 \text{ A m}^{-1}$, $B = \mu_r \mu_0 H = 1,26 \cdot 10^{-5} \text{ V s m}^{-2}$, $\Phi = B l b = 2,51 \cdot 10^{-9} \text{ V s}$
- d) Antag att övre plattan positivt laddad vid aktuell tidpunkt, och att ledningen är ritad på pappret så att vi tittar in i den. Då är B -fältet & H -fältet riktade från höger till vänster, strömmen går in i pappret i övre plattan och upp ur pappret i nedre plattan.

F5.

- a) Induktion: $|u(t)_{\text{inducerad}}| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$.
- b) $U_{\text{eff}} = \frac{a b 2 \sqrt{2}}{r}$
- c) $U_{\text{eff}} = a 2 \sqrt{2} \ln(2)$

F6. Se föreläsningssanteckningar/kursmaterialet.

F7. $H_{\max} = 1,88 \cdot 10^{-3} \text{ A m}^{-1}$, $S = 6,64 \cdot 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$

F8. $E(z) = E_0 \exp(-\gamma z)$ och $S = \frac{|E_0|^2 \exp(-2\alpha z) \cos(\theta)}{2|Z_{\text{TEM}}|}$ där $\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$,
 $\alpha = \text{Re}(\gamma)$, $Z_{\text{TEM}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = |Z_{\text{TEM}}| \exp(j\theta)$.

a) $E_{\text{eff}} = 4,46 \cdot 10^{-4} \text{ V m}^{-1}$, $H_{\text{eff}} = 3,17 \cdot 10^{-2} \text{ A m}^{-1}$ vid $f = 100 \text{ Hz}$,

$E_{\text{eff}} = 1,41 \cdot 10^{-3} \text{ V m}^{-1}$, $H_{\text{eff}} = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ A m}^{-1}$ vid $f = 10 \text{ kHz}$,

$E_{\text{eff}} = 1,38 \cdot 10^{-2} \text{ V m}^{-1}$, $H_{\text{eff}} = 9,81 \cdot 10^{-4} \text{ A m}^{-1}$ vid $f = 100 \text{ MHz}$.

b) $S \propto \exp(-2\alpha z)$, vilket ger att effektflödet (Poyntingvektorns belopp) är 5% av värdet vid ytan på djupet $z = \frac{\ln 0,05}{-2\alpha}$. $z \approx 37,7 \text{ m}$ vid $f = 100 \text{ Hz}$, $z \approx 3,77 \text{ m}$ vid $f = 10 \text{ kHz}$ och $z \approx 3,96 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ vid $f = 100 \text{ MHz}$.

c) $v_{\text{fas}} = \frac{\omega}{\beta}$ där $\beta = \text{Im}\gamma$.

I luft är $v_{\text{fas}} = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$. I vatten är $v_{\text{fas}} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$ vid $f = 100 \text{ Hz}$,
 $v_{\text{fas}} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$ vid $f = 10 \text{ kHz}$, $v_{\text{fas}} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$ vid $f = 100 \text{ MHz}$.

F9.

a) $S_{\text{inf}} = 1,33 \cdot 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$

b) $S_{\text{abs}} = 6,32 \cdot 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$

F10. E och H betecknar här toppvärden, U och I effektivvärden, r är avståndet från koaxialkabelns axel.

a) $S = \frac{EH}{2} = \frac{E^2}{2R_{\text{TEM}}} = \frac{H^2 R_{\text{TEM}}}{2}$, $P = S a b$

b) $E(r) = \frac{\sqrt{2}U}{r \ln(D/d)}$, $H(r) = \frac{\sqrt{2}I}{2\pi r}$, $S(r) = \frac{UI}{2\pi(r)^2 \ln(D/d)}$, $P = \frac{E^2(\text{vid } r=d/2) \pi d^2 \ln(D/d)}{4R_{\text{TEM}}}$

c) S som i deluppg. a, P ej meningsfull att ange, ty oändlig utsträckningen hos vågfronten.

F11. $P_{\max} = 11,56 \text{ kW}$

F12. $P_{\max} = 796 \text{ W}$

F13. $D > 16 \text{ mm}$

F14. $D > 2,5 \text{ mm}$

F15. Se kursen i Elteknik (LEU 460) och svaret till uppg. F3f.

F16. Se föreläsningssanteckningar.

F17. Se föreläsningssanteckningar.

F18.

a) $v_f v_g = c^2$

b) $k \rightarrow 0: v_f \rightarrow \infty, v_g \rightarrow 0; k \rightarrow \infty: v_f \rightarrow c, v_g \rightarrow c$.

c) $\omega > \omega_p$ ger ett reellt vågtal (k) och därmed en cosinusformad våg med konstant amplitud. $\omega < \omega_p$ ger ett imaginärt vågtal och därmed en cosinusformad våg med en amplitud som dämpas exponentiellt (vågen kommer alltså inte att utbreda sig särskilt långt in i plasmat, utan visar sig reflekteras.) Även en exponentiellt ökande lösning finns, men den är inte fysikaliskt rimlig just i detta exempel.

F19. Utbredning sker i z -led och farten är $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

LEDNINGSTEORI.

L1. Se föreläsningssanteckningar.

L2. Beteckna löptiden (tiden det tar för vågfronten att utbreda sig från generator till last) med τ .

a) Ingen reflexion.

$U_{\text{ing.}} = 0$ för $t < 0$, $U_{\text{ing.}} = 6,0$ volt för $t > 0$

$U_{\text{mit.}} = 0$ för $t < 0,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 6,0$ volt för $t > 0,5\tau$.

$U_{\text{last}} = 0$ för $t < \tau$, $U_{\text{last}} = 6,0$ volt för $t > \tau$.

b) Positiv reflexion vid last med resulterande amplitud=1,5 volt hos refl.våg. Infallande våg har amplituden 6 volt.

$U_{\text{ing.}} = 0$ för $t < 0$, $U_{\text{ing.}} = 6$ volt för t mellan 0 och 2τ , $U_{\text{ing.}} = 7,5$ volt för $t > 2\tau$.

$U_{\text{mit.}} = 0$ för $t < 0,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 6$ volt för t mellan $0,5\tau$ och $1,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 7,5$ volt för $t > 1,5\tau$.

$U_{\text{last}} = 0$ för $t < \tau$, $U_{\text{last}} = 7,5$ volt för $t > \tau$.

c) Negativ reflexion vid last med resulterande amplitud=-1,5 volt hos refl. våg. Infallande våg har amplituden 6 volt.

$U_{\text{ing.}} = 0$ för $t < 0$, $U_{\text{ing.}} = 6$ volt för t mellan 0 och 2τ , $U_{\text{ing.}} = 4,5$ volt för $t > 2\tau$.

$U_{\text{mit.}} = 0$ för $t < 0,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 6$ volt för t mellan $0,5\tau$ och $1,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 4,5$ volt för $t > 1,5\tau$.

$U_{\text{last}} = 0$ för $t < \tau$, $U_{\text{last}} = 4,5$ volt för $t > \tau$.

d) Positiv reflexion vid last med resulterande amplitud=6 volt hos refl.våg. Infallande våg har amplituden 6 volt.

$U_{\text{ing.}} = 0$ för $t < 0$, $U_{\text{ing.}} = 6$ volt för t mellan 0 och 2τ , $U_{\text{ing.}} = 12$ volt för $t > 2\tau$.

$U_{\text{mit.}} = 0$ för $t < 0,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 6$ volt för t mellan $0,5\tau$ och $1,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 12$ volt för $t > 1,5\tau$.

$U_{\text{last}} = 0$ för $t < \tau$, $U_{\text{last}} = 12$ volt för $t > \tau$.

e) Negativ reflexion vid last med resulterande amplitud=-6 volt hos refl. våg. Infallande våg har amplituden 6 volt.

$U_{\text{ing.}} = 0$ för $t < 0$, $U_{\text{ing.}} = 6$ volt för t mellan 0 och 2τ , $U_{\text{ing.}} = 0$ volt för $t > 2\tau$.

$U_{\text{mit.}} = 0$ för $t < 0,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 6$ volt för t mellan $0,5\tau$ och $1,5\tau$, $U_{\text{mit.}} = 0$ volt

för $t > 1,5\tau$.

$U_{\text{last}} = 0$ hela tiden.

f) $Z_0, \frac{5Z_0}{3}, \frac{3Z_0}{5}, \infty$ (öppen ledningsände), 0 (kortsloten ledningsände)

g) $U_{\text{stat.}} = V_{\text{inf.}} + V_{\text{ref.}} = \frac{U_G Z_L}{Z_L + Z_G}$ med $Z_G = Z_0$: 6 volt, 7,5 volt, 4,5 volt, 12,0 volt, 0 volt. Samma resultat fås med vanlig kretsteori, spänningsdela mellan last och generatorimpedans.

h) Induktor=kortslutning när stationär tillstånd inträtt, $U = 0$ volt.

i) Kondensator=avbrott när stationär tillstånd inträtt, $U = 12$ volt.

L3. $Z_0 = 100 \Omega$, $v_{\text{fas}} = 10^8 \text{ m s}^{-1}$, $\lambda = 0,5 \text{ m}$,
 $v(x, t) = 2 \cos(4\pi \cdot 10^8 t \pm 4\pi x)$ volt

L4. $L = 5 \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$, $L = 2 \cdot 10^{-10} \text{ F m}^{-1}$

L5. $\alpha = 2,63 \cdot 10^{-3} \text{ Np m}^{-1} = 2,29 \cdot 10^{-2} \text{ dB m}^{-1}$

L6.

a) $\alpha = 1,55 \cdot 10^{-2} \text{ Np km}^{-1} = 0,135 \text{ dB km}^{-1}$

b) $\beta = 2,56 \cdot 10^{-2} \text{ rad km}^{-1} = 1,465^\circ \text{ km}^{-1}$

c) $Z_0 = 790,3 \exp(-0,465) \Omega$

d) $v_{\text{fas}} = 2,45 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

e) $v(x, t) = 5 \exp(-0,0155 x) \cos(2\pi \cdot 10^3 t \pm 2,56 \cdot 10^{-2} x)$ volt

L7. $R = 137,5 \Omega \text{ km}^{-1}$, $G = 12 \mu\text{S km}^{-1}$, $L = 0,21 \text{ mH km}^{-1}$ och $C = 2,8 \text{ nF km}^{-1}$.

L8.

a) $Z_0 = 316,3 \exp(-j0,0159) \Omega$, $v_{\text{fas}} = 3162 \text{ m s}^{-1}$, $\alpha = 0,0316 \text{ Np m}^{-1} = 0,274 \text{ dB m}^{-1}$

b) $Z_0 = 447,3 \exp(-j0,0159) \Omega$, $v_{\text{fas}} = 4472 \text{ m s}^{-1}$, $\alpha = 0,0224 \text{ Np m}^{-1} = 0,194 \text{ dB m}^{-1}$

L9. Använd $P = \frac{1}{2} \text{Re}(V I^*) = \frac{|V|^2 \cos(-\arg(Z^*))}{2|Z|}$ för aktuell spänning och impedans vid ledningsingång resp. last, vilket ger förlusteffekten $P_{\text{ing.}} - P_{\text{last}} = 1,26 \text{ W}$

L10.

a) $R = 0,058 \Omega \text{ m}^{-1}$, $L = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ och $G = 23 \mu\text{S m}^{-1}$

b) $v_{\text{fas}} = 2 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

c) 99,7%

d) $v_{\text{fas}} = \frac{\omega}{\beta}$ och $\beta = \text{Im}(\gamma)$. Bestäm $\text{Im}(\gamma)$ och använd där att $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$. M.h.a. detta kan man sedan se att v_{fas} inte beror av ω och därmed ej heller av λ .

L11.

a) $Z_0 = 186,6 \exp(-j0,0197) \Omega$

b) $\gamma = 5,4 \cdot 10^{-3} + j0,27 \text{ m}^{-1}$

L12.

- a) $\Gamma_L = 0$, $\Gamma_L \approx 0,33$, $\Gamma_L \approx -0,33$, $\Gamma_L = j$, $\Gamma_L = 0,46 \cdot \exp(j64^\circ)$,
 $\Gamma_L = 0,46 \cdot \exp(-j64^\circ)$
 b) $9Z_0$ och $0,11Y_0$, $0,67Z_0$ och $1,5Y_0$, $(1,6 + j1,3)Z_0$ och $(0,38 - j0,32)Y_0$,
 $(1,05 - j1,95)Z_0$ och $(0,22 + j0,39)Y_0$, $(0,47 - j0,58)Z_0$ och $(0,85 + j1,05)Y_0$,
 c) Två lösningar: $Z_L = 600 \Omega$ resp. $Z_L = 66,7 \Omega$

L13.

Fallet $Z_L = 0$:

- a) $\Gamma(0) = -1$, $Z(0) = 0$
 b) $\Gamma(-\frac{\lambda}{8}) = +j$, $Z(-\frac{\lambda}{8}) = 200j \Omega$
 c) $\Gamma(-\frac{\lambda}{6}) = \frac{1+\sqrt{3}j}{2}$, $Z(-\frac{\lambda}{6}) = \sqrt{3} \cdot 200j \Omega$
 d,f) $\Gamma(-\frac{\lambda}{4}) = +1$, $Z(-\frac{\lambda}{4}) \rightarrow \infty$
 e,g) $\Gamma(-\frac{\lambda}{2}) = -1$, $Z(-\frac{\lambda}{2}) = 0$

i) Fallet $Z_L \rightarrow \infty$:

- a) $\Gamma(0) = +1$, $Z(0) \rightarrow \infty$
 b) $\Gamma(-\frac{\lambda}{8}) = -j$, $Z(-\frac{\lambda}{8}) = -200j \Omega$
 c) $\Gamma(-\frac{\lambda}{6}) = -\frac{1+\sqrt{3}j}{2}$, $Z(-\frac{\lambda}{6}) = -\frac{200j}{\sqrt{3}} \Omega$
 d,f) $\Gamma(-\frac{\lambda}{4}) = -1$, $Z(-\frac{\lambda}{4}) = 0$
 e,g) $\Gamma(-\frac{\lambda}{2}) = +1$, $Z(-\frac{\lambda}{2}) \rightarrow \infty$

j) Fallet $Z_L = Z_0$:

- a)-g) $\Gamma = 0$ och $Z = Z_0$ i samtliga positioner.

k) Fallet $Z_L = 0,5 Z_0$:

- a) $\Gamma(0) = -\frac{1}{3}$, $Z(0) = 100 \Omega$
 b) $\Gamma(-\frac{\lambda}{8}) = \frac{j}{3}$, $Z(-\frac{\lambda}{8}) = (0,8 + j0,6) 200 \Omega$
 c) $\Gamma(-\frac{\lambda}{6}) = \frac{1+\sqrt{3}j}{6}$, $Z(-\frac{\lambda}{6}) \approx (1,14 + j0,74) 200 \Omega$
 d,f) $\Gamma(-\frac{\lambda}{4}) = \frac{1}{3}$, $Z(-\frac{\lambda}{4}) = 400 \Omega$
 e,g) $\Gamma(-\frac{\lambda}{2}) = -\frac{1}{3}$, $Z(-\frac{\lambda}{2}) = 100 \Omega$

l) Fallet $Z_L = (1 + j) Z_0$:

- a) $\Gamma(0) = 0,2 + 0,4j$, $Z(0) = (1 + j) 200 \Omega$
 b) $\Gamma(-\frac{\lambda}{8}) = 0,4 - 0,2j$, $Z(-\frac{\lambda}{8}) \approx (1,95 - 1,05j) 200 \Omega$
 c) $\Gamma(-\frac{\lambda}{6}) = 0,24 - 0,38j$, $Z(-\frac{\lambda}{6}) \approx (1,1 - 1,05j) 200 \Omega$
 d,f) $\Gamma(-\frac{\lambda}{4}) = -0,2 - 0,4j$, $Z(-\frac{\lambda}{4}) = (1 - j) 100 \Omega$
 e,g) $\Gamma(-\frac{\lambda}{2}) = 0,2 + 0,4j$, $Z(-\frac{\lambda}{2}) = (1 + j) 200 \Omega$

m) -

- n) Kortsluten och öppen fjärrände ger $SVF \rightarrow \infty$, $Z_L = Z_0$ ger $SVF = 1$,
 $Z_L = 0,5 Z_0$ ger $SVF = 2$, $Z_L = (1 + j)Z_0$ ger $SVF \approx 2,62$
 o) $|Z|_{\min} = \frac{Z_0}{SVF}$, $|Z|_{\max} = Z_0 SVF$

L14. Se föreläsningssanteckningar.

L15.

a) kortsluten fjärrände ($Z_{\text{in}}(-l) = j Z_0 \tan(\beta l)$):

$Z_{\text{in}} = 0$ då $l = 0, 0.5 \lambda, \lambda$

$Z_{\text{in}} \rightarrow \infty$ då $l = 0.25 \lambda, 0.75 \lambda$

Z_{in} induktiv för $l \in (0, 0.25 \lambda)$ och $l \in (0.5 \lambda, 0.75 \lambda)$

Z_{in} kapacitiv för $l \in (0.25 \lambda, 0.5 \lambda)$ och $l \in (0.75 \lambda, \lambda)$

b) öppen fjärrände ($Z_{\text{in}}(-l) = \frac{Z_0}{j \tan(\beta l)}$):

$Z_{\text{in}} = 0$ då $l = 0.25 \lambda, 0.75 \lambda$

$Z_{\text{in}} \rightarrow \infty$ då $l = 0, 0.5 \lambda, \lambda$

Z_{in} induktiv för $l \in (0.25 \lambda, 0.5 \lambda)$ och $l \in (0.75 \lambda, \lambda)$

Z_{in} kapacitiv för $l \in (0, 0.25 \lambda)$ och $l \in (0.5 \lambda, 0.75 \lambda)$

c) som i b)

d) som i a)

e) $Z_{\text{in}} = Z_0$ för alla l

f) $Z_{\text{in}} = 0$ då $l = 0.375 \lambda, 0.875 \lambda$

$Z_{\text{in}} \rightarrow \infty$ då $l = 0.125 \lambda, 0.625 \lambda$

Z_{in} induktiv för $l \in (0, 0.125 \lambda)$ och $l \in (0.375 \lambda, 0.625 \lambda)$ och $l \in (0.875 \lambda, 1.0 \lambda)$

Z_{in} kapacitiv för $l \in (0.125 \lambda, 0.375 \lambda)$ och $l \in (0.625 \lambda, 0.875 \lambda)$

g) - h) -

i) $Z_{\text{in}} = 0$ då $l = 0.162 \lambda, 0.662 \lambda$

$Z_{\text{in}} \rightarrow \infty$ då $l = 0.412 \lambda, 0.912 \lambda$

Z_{in} induktiv för $l \in (0.162 \lambda, 0.412 \lambda)$ och $l \in (0.662 \lambda, 0.912 \lambda)$

Z_{in} kapacitiv för $l \in (0, 0.162 \lambda)$ och $l \in (0.412 \lambda, 0.662 \lambda)$ och $l \in (0.912 \lambda, 1.0 \lambda)$

L16. $Y = 0,01 - 0,02j$

L17.

a) $Z_L = 83,3 - j51,4 \Omega$

b) $Z_{\text{in}} = 28,5(1 + j) \Omega$

c) $Y_{\text{in}} = 0,018(1 - j) S$

L18.

a) $\Gamma_L = 0,42 \exp(j0,947)$

b) $SVF = 2,5$

c) $Z(-\frac{\lambda}{8}) = 83 - j51 \Omega$

d) $Y_L = 0,01 - j0,008 S$

e) $Y(-\frac{\lambda}{8}) = 0,0088 - j0,0054 S$

f) $|V|_{\text{last}} = 2,23 \text{ volt. } |V|_{\text{max}} = SVF |V|_{\text{max}} = 2,45 \text{ volt. } 1:\text{a max. } 0,075 \lambda \text{ från}$

lasten, 1:a min. $0,325\lambda$ från lasten. Avstånd mellan två efter varandra följande max. är $0,5\lambda$, samma avstånd mellan två efter varandra följande min.

L19.

a) $Z_{\text{in}} = Z_L$
 b) $Z_{\text{in}} = \frac{Z_0^2}{Z_L}$

L20.

a,b,d) $Z_{\text{in}} = 44,4 \Omega$
 c,e) $Z_{\text{in}} = 100 \Omega$
 f) $Z_{\text{in}} = 56,25 \Omega$
 g) $Z_{\text{in}} = 25 \Omega$
 h) $Z_{\text{in}} = 144,4 \Omega$ fall abd, $Z_{\text{in}} = 20 \Omega$ fall ce, $Z_{\text{in}} = 17,3 \Omega$ fall f, $Z_{\text{in}} = 125 \Omega$ fall g

L21.

a) $SVF = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} \approx 2,62$
 b) Z reell på avstånden $0,088 + \frac{m\lambda}{4}$ från lasten ($m=0, 1, 2, 3, \dots$)
 c) $\text{Re}(Z)=Z_0$ på avstånden $\frac{m\lambda}{2}$ och $0,176 + \frac{m\lambda}{2}$ från lasten ($m=0, 1, 2, 3, \dots$)
 d) $\text{Re}(Y)=Y_0$ på avstånden $\frac{\lambda}{4} + \frac{m\lambda}{2}$ och $\frac{\lambda}{4} + 0,176 + \frac{m\lambda}{2}$ från lasten ($m=0, 1, 2, 3, \dots$)

L22. Parallellresonans: Z maximal (dvs Y minimal). Serieresonans: Z minimal (dvs Y maximal).

Kretsarna kan konstrueras på flera olika sätt. Vi exemplifierar med två fall. I första fallet ansluter vi kondensatorn som last till en ledning (dvs parallellkopplar en kondensator med en öppen ledningsände) och studerar Z_{in} . En ledningslängd på $0,38\lambda$ ger parallellresonans och $0,13\lambda$ ger serieresonans.

I andra fallet kopplar vi kondensatorn parallellt med en kortsluten ledning och mäter impedansen direkt över kondensatorn (d.v.s. kondensatorn kan anses vara ansluten till ledningens ingång där vi mäter Z_{in}), vilket ger längden $0,13\lambda$ vid parallellresonans och $0,38\lambda$ vid serieresonans.

L23. $Z_L = 50 + j30 \Omega$

L24. $C = 88 \text{ pF}$

L25. $Z_L = 23 - j19 \Omega$

L26.

a) $\Gamma_{\text{ing.}} = \exp(-j53^\circ)$ (öppen), resp. $\exp(+j127^\circ)$ (kortsluten)
 b) $Z_0 = \sqrt{Z_{\text{in,k}} \cdot Z_{\text{in,o}}} = 80 \Omega$, $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ och $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ger $L = 0,27 \mu\text{H m}^{-1}$, $C = 42 \text{ pF m}^{-1}$
 c) $\tan(\beta d) = -\sqrt{\frac{Z_{\text{in,k}}}{Z_{\text{in,o}}}} = 0,5$ ger $d \approx 30 \text{ cm}$ (dvs. $0,074\lambda$). Alt. lösning: pricka

in $z_{in,k}$ in i Smithdiagrammet och mät avståndet till kortslutningen, eller pricka in $z_{in,o}$ och mät avståndet till öppna änden.

d) Z_0 , L och C som i b). $\Gamma_{ing.} = \exp(+j53^\circ)$ (kortsluten), resp. $\exp(-j127^\circ)$ (öppen). $d \approx 1,7$ m (dvs. $0,426\lambda$).

L27.

- a) $\Gamma_L = 0,2$
- b) $Z_L = 150 \Omega$
- c) $Z(-1) = 66,7 \Omega$
- d) $I_L = 0,008$ A
- e) $I(-1) = 0,012$ A
- f) $f = 75$ MHz
- g) $P_L = 0,048$ W

L28.

- a) $Z_0 = 100 \Omega$,
- b) $V^+(-0,5) = j$ volt, $V^-(-0,5) = -0,4j$ volt och $V(-0,5) = 0,6j$ volt
- c) $V^+(0) = 1$ volt, $V^-(0) = 0,4$ volt och $V(0) = 1,4$ volt
- d) $I^+(-0,5) = 0,01j$ A, $I^-(-0,5) = 0,004j$ A och $I(-0,5) = 0,014j$ A
- e) $I^+(0) = 0,01$ A, $I^-(0) = -0,004$ A och $I(0) = 0,006$ A
- f) $Z(-0,5) = 42,9 \Omega$
- g) $Z_L = 233,3 \Omega$
- h) $P_L = 4,2$ mW
- i) $|V(x)|$ har maxima vid $x = 0, -1, -2, -3, -4, -5$ meter, och minima vid $x = -0,5, -1,5, -2,5, -3,5, -4,5$ meter.
- j) Första minimat inträffar först vid $x = -100$ m, vilket innebär att $V \approx 1,4$ volt och $I \approx 0,006$ A inom intervallet $[-5 \text{ m}, 0 \text{ m}]$.

L29. Se föreläsningssanteckningar/lärobok.

L30. Se föreläsningssanteckningar/lärobok.

L31.

- a) Reell Z vid spänn.max och spänn.min. Första max. i position $0,205 \lambda$ från last, första min. $0,458 \lambda$ från last
- b) $Y_L = 0,017 - j0,0065$ siemens, Två första positionerna med realdelen av $y_L = 1$ är $0,055 \lambda$ och $0,361 \lambda$ från last.

L32.

- a) En stubbe med längden $0,352 \lambda$ skall placeras $0,016 \lambda$ från lasten.
- b) En kvartsvågstransformator med $Z_0 = 71,6 \Omega$ placeras $0,169 \lambda$ från lasten.

L33. En kvartsvågstransformator med $Z_0 = 100 \Omega$ och längden $0,5$ m, som ansluts direkt (ty reell lastimpedans) till lasten.

L34.

- a) En kvartsvågstransformator med $Z_0 = 61 \Omega$ och placering $0,116 \lambda$ från lasten.
b,c,d,e,f) -

L35.

- a) $SVF = 2,44$ innan anpassning.
b) Placering $0,125 \lambda$ från last. Stubbens längd $0,37 \lambda$.
c) $SVF = 1$ efter anpassning.
d) En kvartsvågstransformator med $Z_0 = 130 \Omega$ och placering $0,032 \lambda$ från lasten.

L36.

- a) Placering $0,184 \lambda$ från lasten, $Z_0 = 109,2 \Omega$.
b) Frekvensdubbling medför att kvartsvågstransformatorn har blivit en ledning med längden $\frac{\lambda}{2}$. Dessutom har lastimpedansens imaginärdel halverats, ty reaktanser är frekvensberoende ($jX = \frac{-j}{2\pi f C}$). Då är impedansen 70Ω vid transf. utgången. Alltså ser den ursprungliga ledningen denna impedans även vid ingången till transformatorn, vilket ger $SVF = 1,42$.
c) Placering $0,084 \lambda$ från lasten, stubblängd $0,161 \lambda$. d) -

L37.

- a) Den minsta möjliga skiktjockleken, som ger 100% transmission, är $d = \frac{\lambda_{\text{skikt}}}{2} = \frac{c_0}{2f\sqrt{\epsilon_{r,\text{skikt}}}}$.
b,c,d) Vid frekvensdubbling får skiktet längden $d = \lambda$. Alltså uppfattar vågen ingen skillnad jämfört med deluppg. a. Vid frekvenshalvering skulle däremot skiktet bli en kvartsvågstransformator, med resultatet att inimpedansen som vågen ser vid skiktingången är skild från vågimpedansen i luft (som i sin tur är $\approx 377 \Omega$) och transmissionen skulle inte längre vara 100%. För att återföra skiktet till längden $\frac{\lambda}{2}$, så kan man fördubbla skiktets tjocklek eller byta skiktmaterialet till ett med fyra gånger så hög $\epsilon_{r,\text{skikt}}$.

L38. $\Gamma_L = -\frac{1}{3}$, $\Gamma_G = \frac{1}{3}$.

- a) $V_{\text{ing.}}$ blir 9,0 volt vid tiden noll, 5 volt vid tiden $4 \mu s$, 5,44 volt vid tiden $8 \mu s$.
b) V_{mitt} är noll vid tiden noll, blir 9,0 volt vid tiden $1 \mu s$, 6 volt vid tiden $3 \mu s$, 5 volt vid tiden $5 \mu s$, 5,33 volt vid tiden $7 \mu s$.
c) V_{last} är noll fram till tiden $2 \mu s$, varvid den stiger till 6 volt. Nästa förändring sker vid $6 \mu s$ när V_{last} blir 5,33 volt och vid $10 \mu s$ blir $V_{\text{last}} = 5,41$ volt, o.s.v.
d) Spänningens slutvärde blir 5,4 V.

L39.

- a) $V_{\text{ing.}}$ blir 8,0 volt vid tiden noll, 11,2 volt vid $2 \mu s$, 9,28 volt vid $4 \mu s$, 10,43 volt vid $6 \mu s$, 9,74 volt vid $8 \mu s$, 10,16 volt vid $10 \mu s$.
b) V_{mitt} blir 8,0 volt vid tiden $0,5 \mu s$, 16,0 volt vid $1,5 \mu s$, 11,2 volt vid $2,5 \mu s$, 6,4 volt vid $3,5 \mu s$, 9,28 volt vid $4,5 \mu s$, 12,16 volt vid $5,5 \mu s$, 10,43 volt vid $6,5 \mu s$,

8,70 volt vid 7,5 μs , 9,74 volt vid 8,5 μs , 10,78 volt vid 9,5 μs .

c) V_{last} blir 16,0 volt vid tiden 1 μs , 6,4 volt vid 3 μs , 12,16 volt vid 5 μs , 8,70 volt vid 7 μs , 10,78 volt vid 9 μs .

d) Spänningens slutvärde blir 10,0 V.

L40.

a) $V_{\text{ing.}}$ blir 24,0 volt vid tiden noll, 8,0 volt vid 6,67 μs .

b) V_{mitt} är noll fram till 1,67 μs då den stiger till 24 V. Vid 5,0 μs blir spänningen åter noll. Vid 8,33 μs stiger spänningen till 8 V och vid 11,67 μs blir spänningen åter noll, osv.

c) Spänningen över lasten är noll hela tiden.

d) Spänningens slutvärde blir noll volt

L41. Efter att stationär tillstånd har inträtt så gäller följande för $\frac{\lambda}{2}$ ledningen:

a) Impedansanpassning både i generatorände och lastände, vilket ger $|V(x)| = \text{konstant}$.

b) Anpassad generator, men positiv reflexion (med reellt Γ_L) vid last, totalt två vågor på ledningen $|V(x)|$ får minima (noder) och maxima (bukar). Max. vid last och generator, min. mitt på ledningen.

c) Anpassad generator, men negativ reflexion vid last (med reellt Γ_L), totalt två vågor på ledningen $|V(x)|$ får minima (noder) och maxima (bukar). Min. vid last och generator, max. mitt på ledningen.

d) Positiv reflexion både vid generator och last (med reella Γ_L och Γ_G). Oändligt många infallande och reflekterade vågor. $|V(x)|$ får minima (noder) och maxima (bukar). Max. vid last och generator, min. mitt på ledningen.

e) Negativ reflexion både vid generator och last (med reella Γ_L och Γ_G). Oändligt många infallande och reflekterade vågor. $|V(x)|$ får minima (noder) och maxima (bukar). Min. vid last och generator, max. mitt på ledningen.

f) -

L42.

a) $\lambda \gg l$, räkna som i vanlig (lågfrekvens) växelströmsteori. $P = 1,6 \text{ W}$ då $f = 1 \text{ MHz}$

b) $l = \frac{\lambda}{4}$: $P = 0,137 \text{ W}$ vid $f = 1 \text{ GHz}$.

c) $l = \frac{\lambda}{2}$: $P = 1,6 \text{ W}$ vid $f = 1 \text{ GHz}$.

d) Interferens mellan vågor. Relativa faslägena (vid last) mellan delvågorna blir olika i de olika fallen. $\lambda/2$ ledningen är dock som bekant sådan att inimpedansen är lika med lastimpedansen, vilket innebär att generatorn belastas med lastimpedansen, precis som i lågfrekvensfallet.

e) Fall a: $|V| \approx 4,0$ volt överallt på ledningen, ty $\lambda \gg l$. Fall b: min (1,17 volt) vid last max (11,7 volt) vid generator. Fall c: Min (4,0 volt) vid last och generator, max (40 volt) mitt på ledningen.

f) Positiv reflexion vid last ...

g) För $f = 2 \text{ GHz}$ blir ledningslängderna $\frac{\lambda}{2}$ resp. λ , vilket resulterar i att effektutvecklingen i en given last är densamma för dessa båda ledningslängder. Stående-

vågmönstret vid 5Ω last ansluten: Min. vid last och generator och max. i mitten för kortare ledn. Min. vid last, gen. och i mitten, max mellan minima för den längre ledningen.

L43. $n_{\text{skikt}} = 1,225$. Skiktets tjocklek 122,47 nm.

L44. Studera formeln för Z_{in} (eller Smithdiagrammet): Vid låga frekvenser, dvs långa våglängder ($\lambda \gg l$) så är $Z_{\text{in}} \approx Z_L$ oberoende av λ och därmed kan Kirchhoff tillämpas.

L45.

a) $Z_0 \approx 51,6 \approx 52 \Omega$, $v_{\text{fas}} \approx 1,99 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

b) Vid T-kontakten är Z en parallellkoppling inimpedanserna för ledning 2 och 3. Då de är 'oändligt långa' och förlustfria så är $\text{inimp.} = Z_0$, vilket ger $Z = 0$, Z_0 vid T-kontakten. $P_{\text{ref.}} = P_{\text{inf.}} |\Gamma_{\text{vid T-kon.}}|^2$, vilket ger att $\frac{1}{9}$ av infallande effekten reflekteras tillbaka medan $\frac{4}{9}$ transmittas in i vardera av ledn. 2 och 3.

c) Stubbens längd blir $0,347 \lambda$ och position $0,098 \lambda$ från T-kontakten.

L46.

a) 6,55 volt resp. 1,5 meter.

b) En stubbe med längden $0,083 \lambda$ placeras $\frac{\lambda}{4}$ från lasten.

L47. $Z_0 = \sqrt{Z_{\text{in,k}} Z_{\text{in,o}}} = 75 \Omega$, λ fås mha Smithdiagrammet (pricka tex in $z_{\text{in,k}}$ och bestäm avståndet till kortslutningen; gå max ett varv ty $l < \frac{\lambda}{2}$) eller mha $\tan^2(\beta l) = -\frac{Z_{\text{in,k}}}{Z_{\text{in,o}}}$; använd villkoret $l < \frac{\lambda}{2}$ för att hamna i rätt kvadrant. $v_{\text{fas}} = \lambda f \approx 2,2 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$.

L48. a) Avståndet till felstället är 4,8 km. Z vid felstället blir $0,6 Z_0$. Vid felstället är Z_0 och R_f parallellkopplade (isoleringsfel mellan ledarna), vilket ger $R_f = 75 \Omega$.

b) Z_0 och R_f nu seriekopplade vid felstället, vilket ger $R_f = 33 \Omega$.

L49. 2,04 cm.

L50.

a) $\epsilon_{\text{ff}} = 1,89$, $Z_0 \approx 50 \Omega$, $\lambda \approx 109 \text{ mm}$, $L \approx 27,2 \text{ mm}$.

b) $\epsilon_{\text{ff}} = 4,08$, $Z_0 \approx 75 \Omega$, $\lambda \approx 74,3 \text{ mm}$, $L \approx 18,6 \text{ mm}$.

c) $\epsilon_{\text{ff}} = 3,26$, $Z_0 \approx 70 \Omega$, $\lambda \approx 83,1 \text{ mm}$, $L \approx 20,8 \text{ mm}$.

L51.

a) Graf ger $\frac{W}{h} \approx 0,4$ dvs $\frac{W}{h} < 2$. Använd sedan formler, vilket ger $W \approx 0,38 \text{ mm}$. $\epsilon_{\text{ff}} = 6,05$, $\lambda \approx 40,7 \text{ mm}$.

b) Graf ger $\frac{W}{h} \approx 3$ dvs $\frac{W}{h} > 2$. Använd sedan formler, vilket ger $W \approx 4,0 \text{ mm}$. $\epsilon_{\text{ff}} = 1,85$, $\lambda \approx 73,5 \text{ mm}$.

c) Graf ger $\frac{W}{h} \approx 0,5$ dvs $\frac{W}{h} < 2$. Använd sedan formler, vilket ger $W \approx 0,68$ mm.
 $\epsilon_{\text{eff}} = 3,10$, $\lambda \approx 56,8$ mm.

L52.

- a) $Z_0 \approx 24,1 \Omega$
- b) $l_{\text{stubbe}} \approx 0,39\lambda$
- c) $W \approx 4,24$ mm, $l_{0,25\lambda} \approx 11,1$ mm, $l_{\text{stubbe}} \approx 17,3$ mm.

L53.

- a) Se föreläsningssanteckningar.
- b) Uttryck 1 gäller även då ledningen har dämpning, ty beräkningen sker vid lasten.

OPTISK FIBER.

O1. Varje foton har energin $\frac{hc}{\lambda}$ där $h \approx 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js är Plancks konstant. Detta ger $\approx 1,28 \cdot 10^{-19}$ J per foton. Emission av N fotoner per sekund ger effekten $N \frac{hc}{\lambda}$, vilket innebär att $N \approx 8 \cdot 10^{15}$.

O2. Se kursbok och föreläsningssanteckningar.

O3. $NA \approx 0,56$, $\Theta_a \approx 0,59$ rad $\approx 33,8^\circ$

O4. Ca. 7,7% av effekten i fiber 1 reflekteras.

Reflexion sker i båda gränsytorna (fiber 1 till luft och luft till fiber 2), 4% vid resp. yta. Antag dock att vi kan bortse från interferensfenomen. Då kan vi direkt addera effekterna (istället för fältstyrkorna) för de individuella vågorna genererade i de två gränsytorna.

O5. Moddispersionen är $\tau \approx 5 \cdot 10^{-10}$ s, dvs $5 \cdot 10^{-11}$ s per km.

O6.

- a) $NA \approx 0,24$, $\Theta_a \approx 0,24$ rad $\approx 13,7^\circ$
- b) $|\Gamma|^2 = \left| \frac{n_0 - n_k}{n_0 + n_k} \right|^2 \approx 3,0\%$
- c) Moddispersionen är $\tau \approx 1,35 \cdot 10^{-7}$ s, vilket ger en maximal bithastighet på $f_{\text{bit,max}} = \frac{1}{2\tau} = 3,7 \cdot 10^6$ bitar per sekund. Alt. dubbelt så hög om man använder $f_{\text{bit,max}} = \frac{1}{\tau}$ som mått på maximal bithast.
- d) NA och $f_{\text{bit,max}}$ oförändrade, $\Theta_a \approx 0,18$ rad $\approx 10,3^\circ$, $|\Gamma|^2 \approx 0,11\%$.

O7. Den area som fiber 1 belyser är proportionell mot $(NA_1)^2$ och den area som fiber 2 kan ta emot ljus från är proportionell mot $(NA_2)^2$. Därmed kopplas $\left(\frac{NA_2}{NA_1}\right)^2 \approx 0,444$ av effekten från fiber 1 till fiber 2, d.v.s. 55,6% av effekten förloras. Här försummade vi förluster p.g.a. reflexioner.

O8. 32,3% av effekten förloras.

O9.

a) $P \approx 7,94 \mu\text{W}$ (Antag, att inga förluster inträffar vid själva inkopplingen av effekten i fibern.)

b) $\tau \approx 0,51 \mu\text{s}$

c) $f_{\text{bit,max}} = 9,8 \cdot 10^5$ bitar per sekund.

O10. Tänk fibrerna som transmissionledningar, $Z_0 = \frac{R_{\text{TEM,vakuum}}}{n}$. Kvartsvågs-transformatorns brytningsindex blir då $n = \sqrt{n_1 \cdot n_2} \approx 1,425$, där n_1 och n_2 är brytn.indexen för fiber 1 resp. fiber 2. Skiktets tjocklek är $\frac{\lambda_{\text{skikt}}}{4} \approx 335,3 \text{ nm}$ ($\lambda_{\text{skikt}} = \lambda_1 \frac{n_1}{n_{\text{skikt}}}$).

SIGNALER OCH SPEKTRA.

S1.

a) -

b) $|Z_1| = \sqrt{17}$, $|Z_2| = \sqrt{13}$, $\arg(Z_1) = \arctan(4) \approx 1,326 \text{ rad} \approx 75,96^\circ$, $\arg(Z_2) = \arctan(-\frac{2}{3}) \approx -0,588 \text{ rad} \approx -33,69^\circ$ &. Geometriskt är beloppet avståndet från origo till punkten och argumentet vinkel från realaxeln till linjen från origo till punkten.

c) Använd $Z = |Z| e^{j \arg(Z)}$.

d) $2 + 8j$

e) $-1 - 4j$

f) $\sqrt{17} e^{j105,96^\circ}$

g) $\sqrt{17} e^{j45,96^\circ}$

h) 17

i) $4 + 2j$

j) $-2 + 6j$

k) $11 + 3j = \sqrt{221} e^{j42,27^\circ}$

l) $-5 + 14j = \sqrt{221} e^{j109,65^\circ}$

m) $\sqrt{\frac{17}{13}} e^{j109,92^\circ}$

n) $\sqrt{\frac{1}{17}} e^{-j75,96^\circ}$

o) $\sqrt{\frac{1}{13}} e^{j33,69^\circ}$

p) $(17)^{(1/4)} e^{j37,98^\circ}$

q) $(13)^{(1/4)} e^{-j16,84^\circ}$

r) $(221)^{(1/4)} e^{j21,14^\circ}$

s) $(\frac{17}{13})^{(1/4)} e^{j54,82^\circ}$

t) Man utgår från punkten Z och förflyttar sig längs den rätta linje som förbinder origo och Z .

u) Förflyttning längs en cirkel med radien $|Z|$. Man utgår från punkten Z och vrider sig vinkeln θ (moturs om $\theta > 0$ och medurs om $\theta < 0$).

v) En cirkel med radien 1.

S2. Totala signalens medeleffekt är summan av de individuella i tid sinus- eller cosinusformigt varierande signalkomponenternas medeleffekter (Parsevals formel).

a) Amplitudspektrumet består av en enda spektralkomponent med frekvensen $\frac{1000}{2\pi}$ Hz och amplituden 1 volt. $P = 0,5$ watt.

b) Samma som i a).

c) Spektrat har två spektralkomponenter: 1 volt vid $\frac{1000}{2\pi}$ Hz och 1 volt vid $\frac{2000}{2\pi}$ Hz. $P = 1$ watt.

d) Samma som i c).

e) Spektrat har två spektralkomponenter: 2 volt vid $\frac{500}{2\pi}$ Hz och 0,5 volt vid $\frac{1000}{2\pi}$ Hz. $P = 2,125$ watt.

f) Spektrat har tre spektralkomponenter: 3 volt vid $\frac{100}{2\pi}$ Hz, 2 volt vid $\frac{500}{2\pi}$ Hz och 0,2 volt vid $\frac{2000}{2\pi}$ Hz. $P = 6,52$ watt.

g) Spektrat har tre spektralkomponenter: 0,25 volt vid $9 \cdot 10^4$ Hz, 2 volt vid $1 \cdot 10^5$ Hz och 0,25 volt vid $1,1 \cdot 10^5$ Hz. $P = 2,0625$ watt.

h) Samma som deluppgift f.

i) Spektrat har två spektralkomponenter: 0,5 volt vid 0 Hz och 0,5 volt vid $\frac{2000}{2\pi}$ Hz. $P = 0,25$ watt.

j) Spektrat har två spektralkomponenter: 0,5 volt vid $\frac{2000}{2\pi}$ Hz och 0,5 volt vid $\frac{4000}{2\pi}$ Hz. $P = 0,25$ watt.

k) Samma som deluppgift i.

l) Samma som deluppgift i.

m) Samma som deluppgift j.

MODULATIONSTEORI: ANALOG BÄRVÅGSMODULATION.

M1. Se kursbok, föreläsningssanteckningar och laboration 3.

M2.

a) $m = 0,25$

b) $v_c(t) = 100 \cdot (1 + 0,25 \cdot \cos(2\pi 10^3 t)) \cdot \cos(\pi \cdot 10^5 t)$ volt

d) tre spektralkomponenter: 100 volt vid $f = 50$ kHz, 12,5 volt vid $f = 49$ kHz och $f = 51$ kHz

e) $B = 2 \cdot f_m = 2$ kHz

f) $P = \frac{1}{2R} \left(V_c^2 + \left(\frac{V_m}{2} \right)^2 + \left(\frac{V_m}{2} \right)^2 \right) \approx 51,6$ W

M3.

a) $V_c = 150$ volt

b) $v_c(t) = 150 \cdot (1 + 0,333 \cdot \cos(2\pi 10^5 t)) \cdot \cos(2\pi \cdot 10^6 t)$ volt

c) Am-signalens största och minsta toppvärde är 200 volt respektive 100 volt. Toppvärdesvariationen och meddelandet har samma periodtid.

d) Tre spektralkomponenter: 150 volt vid $f = 1$ MHz, 25 volt vid $f = 0,9$ MHz och $f = 1,1$ MHz

e) $B = 200$ kHz

f) $P = 118,75 \text{ W}$

M4.

a) $\omega_c = 8 \cdot 10^4 \text{ rad s}^{-1}$, $f_c = \frac{4 \cdot 10^4}{\pi} \approx 12,73 \text{ kHz}$,

b) $\omega_{\text{LSB}} = 7,6 \cdot 10^4 \text{ rad s}^{-1}$, $f_{\text{LSB}} \approx 12,10 \text{ kHz}$, $\omega_{\text{USB}} = 8,4 \cdot 10^4 \text{ rad s}^{-1}$,
 $f_{\text{USB}} \approx 13,37 \text{ kHz}$

c) $m \approx 0,535$

M5.

a) Dubbla sidband och bärvågskomponenten helt odämpad, d.v.s. DSB-FC (be-tecknas även med DSB-AM)

b) $m = 0,5$

c) $f_c = 10 \text{ kHz}$, $V_c = 50 \text{ volt}$, $V_{c,\text{eff}} = \frac{50}{\sqrt{2}} \approx 35,4 \text{ volt}$

d) $f_m = 1 \text{ kHz}$, $V_m = 25 \text{ volt}$, $V_{m,\text{eff}} = \frac{25}{\sqrt{2}} \approx 17,7 \text{ volt}$

e) $V_{\text{AM,max}} = V_c (1 + m) = 75 \text{ volt}$, $V_{\text{AM,eff}} = \sqrt{\frac{V_c^2 + 2 \cdot (\frac{V_m}{2})^2}{2}} = 37,5 \text{ volt}$

f) Meddelandesignal: $v_m = 25 \cdot \cos(2\pi 1000 t) \text{ volt}$,

Omodulerad bärvåg: $v_{c,\text{omod.}} = 50 \cdot \sin(2\pi \cdot 10^4 t) \text{ volt}$,

Modulerad bärvåg (d.v.s. radiosignalen): $v_{\text{AM}} = v_{c,\text{mod.}} = 50 \cdot (1 + 0,5 \cdot \cos(2\pi 1000 t)) \cdot \sin(2\pi \cdot 10^4 t) \text{ volt}$

g) Tre spektralkomponenter: 50 volt vid $f = 10 \text{ kHz}$, 12,5 volt vid $f = 9 \text{ kHz}$ och $f = 11 \text{ kHz}$. Bandbredden är $B = 2 \text{ kHz}$

h) $P \approx 28,1 \text{ W}$

i) $U_{\text{max}} = 75 \text{ volt}$, $U_{\text{eff}} = 37,5 \text{ volt}$, $I_{\text{max}} = 1,5 \text{ ampere}$, $I_{\text{eff}} = 0,75 \text{ ampere}$

M6.

a) $m = 0,75$

b) $V_m = 0,75 \text{ volt}$, $f_m = 9 \text{ kHz}$

c) $V_c = 1,0 \text{ volt}$, $f_c = 180 \text{ kHz}$

d) $B = 18 \text{ kHz}$

e) $P = 0,013 \text{ W}$

M7.

a) 0,5 V vid 175 kHz och 225 kHz, 4,0 V vid 200 kHz

b) $v_{\text{LSB}} = 0,5 \cdot \cos(2\pi 1,75 \cdot 10^5 t) \text{ volt}$,

$v_{\text{USB}} = 0,5 \cdot \cos(2\pi 2,25 \cdot 10^5 t) \text{ volt}$,

$v_c = 4 \cdot \cos(2\pi 2 \cdot 10^5 t) \text{ volt}$,

c) Den sammansatta signalen är en AM-signal: $v_{\text{AM}} = 4 \cdot (1 + 0,25 \cdot \cos(2\pi 2,5 \cdot 10^4 t)) \cdot \sin(2\pi 2 \cdot 10^5 t) \text{ volt}$, vilket ger spektrum med spektralkomponenter enligt deluppg. a.

d) $P = 0,825 \text{ W}$

e) $P = 0,0125 \text{ W}$

M8.

- a) $V_{AM, \text{topp-toppp}} = 6 \text{ volt}$
- b) $m = 0,5$
- c) $V_c = 2,0 \text{ volt}$, f_c går ej att uppskatta med någon acceptabel noggrannhet
- d) $V_m = 1,0 \text{ volt}$, $f_m = 500 \text{ Hz}$
- e) Bandpassfilter med centerfrekvensen vid f_c och bandbredd 1 kHz symmetriskt kring centerfrekvensen.

M9.

- a) $m = 0,8$
- b) $R = 94 \Omega$
- c) $P = 381 \text{ W}$

M10.

- a) $A_1 = V_c$, $A_2 = A_3 = \frac{m \cdot V_c}{2}$, $f_1 = f_c$, $f_2 = f_c - f_m$, $f_3 = f_c + f_m$
- b) $A_1 = 8 \text{ volt}$, $A_2 = A_3 = 1 \text{ volt}$, $f_1 = 250 \text{ kHz}$, $f_2 = 225 \text{ kHz}$, $f_3 = 275 \text{ kHz}$

M11.

- a) $P = P_c \cdot (1 + \frac{m^2}{2}) \approx 1,51 \text{ kW}$
- b) $PEP = P_c \cdot (1 + m)^2 \approx 3,40 \text{ kW}$

M12.

- a) $m = 0,5$
- b) Innan slutsteget $P = 5,88 \text{ W}$, efter slutsteget $P = 11,25 \text{ W}$
- c) $\frac{V_{c, \text{efter slutsteg}}}{V_{c, \text{innan slutsteg}}} \approx \frac{38,73}{28} \approx 1,38$, ty enl. uppg. ger en meddelandeamplitud på 28 volt $m = 1$ d.v.s. bärvågsamplituden måste vara 28 volt. $V_{c, \text{efter slutsteg}}$ fås m.h.a. effekttangivelsen.

M13.

- a) $V_{\text{eff}} = 45 \text{ volt}$, $B = 20 \text{ kHz}$
- b) $V_{\text{eff}} \approx 43,7 \text{ volt}$, $B = 10 \text{ kHz}$

M14. $m = 0.63$

M15. $P \approx 4,83 \text{ kW}$

M16. $P_{\text{sidband}} = \frac{0,5 m^2 V_c^2}{2R}$, $P_{\text{total}} = \frac{V_c^2 (1+0,5 m^2)}{2R}$. $\eta = \frac{P_{\text{sidband}}}{P_{\text{total}}} = \frac{m^2}{2+m^2}$, vilket är $\frac{1}{3}$ för $m = 1$.

M17.

- a) $v_{AM} = 100 \cdot (1 + 0,4 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^3 t) + 0,1 \cdot \cos(2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 t)) \cdot \cos(2\pi \cdot 5 \cdot 10^4 t) \text{ volt}$
- b) Omodulerad bärvåg: $v_{c, \text{omod.}} = 100 \cdot \cos(2\pi \cdot 5 \cdot 10^4 t) \text{ volt}$,
meddelande: $v_m = 40 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^3 t) + 10 \cdot \cos(2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 t) \text{ volt}$
- c) 100 volt vid 50 kHz, 20 volt vid 49 och 51 kHz, 5 volt vid 45 och 55 kHz
- d) $B = 10 \text{ kHz}$

e) $P = 217 \text{ W}$

M18. $V_c = 49,2 \text{ volt}$, $V_m = 39,4 \text{ volt}$, $f_m = 17,5 \text{ kHz}$.

M19. Se kursbok, föreläsningssanteckningar och laboration 3.

M20.

a) $v_c(t) = 25 \cos(\pi 10^7 t + 0,75 \sin(2\pi 10^5 t)) \text{ volt}$.

b) $\beta = 0,75$

c) Ögonblicksvärden: $f_{\min} = f_c - \Delta f_c = 4,925 \text{ MHz}$, $f_{\max} = f_{\min} = f_c + \Delta f_c = 5,075 \text{ MHz}$

d) och e) Amplitudspektrat har oändligt många komponenter, symmetriskt fördelade kring frekvensen $f_c = 5 \text{ MHz}$. Frekvensskillnaden mellan två på varandra följande komponenter är lika med $f_m = 100 \text{ kHz}$. Amplituden för spektralkomponent med frekvensen $f_n = f_c + n \cdot f_m$ (där n är ett heltal) ges av $V_n = V_c J_n(\beta)$, där V_c (betecknas även ibland med A) är den omodulerade bärvågens amplitud och $J_n(\beta)$ Besselfunktion av ordning n med argumentet $\beta = \frac{\Delta f_c}{f_m}$, som är FM-signalens modulationsindex.

I uppgiftens signal är $V_c = 25 \text{ volt}$ och $\beta = 0,75 \text{ rad}$, vilket ger att $J_0(0,75) \approx 0,86$, $J_1(0,75) \approx 0,35$, $J_2(0,75) \approx 0,067$, $J_3(0,75) \approx 0,008$.

Resultatet är att spektralkomponenten med bärvågsfrekvensen ($n = 0$, $f_0 = f_c = 5 \text{ MHz}$) får amplituden $V_0 \approx 21,5 \text{ volt}$.

Det första sidbandsparet ($n = 1$ och $n = -1$) med frekv. $f_1 = f_c + f_m = 5,1 \text{ MHz}$ resp. $f_{-1} = f_c - f_m = 4,9 \text{ MHz}$ får båda amplituden $V_1 = V_{-1} \approx 8,8 \text{ volt}$.

Det andra sidbandsparet ($n = 2$ och $n = -2$) med frekv. $f_2 = f_c + 2f_m = 5,2 \text{ MHz}$ resp. $f_{-2} = f_c - 2f_m = 4,8 \text{ MHz}$ får båda amplituden $V_2 = V_{-2} \approx 1,7 \text{ volt}$.

Det tredje sidbandsparet ($n = 3$ och $n = -3$) med frekv. $f_3 = f_c + 3f_m = 5,3 \text{ MHz}$ resp. $f_{-3} = f_c - 3f_m = 4,7 \text{ MHz}$ får båda amplituden $V_3 = V_{-3} \approx 0,2 \text{ volt}$.

f) Carsons regel ger $B \approx 2 f_m (1 + \beta) = 350 \text{ kHz}$.

M21.

a) $f_c = 10 \text{ MHz}$

b) $f_m = 10 \text{ kHz}$

c) $\Delta f_c = 50 \text{ kHz}$

d) Ögonblicksvärden: $f_{\min} = f_c - \Delta f_c = 10^7 - 5 \cdot 10^4 = 9,95 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 9,95 \text{ MHz}$, $f_{\max} = 10,05 \text{ MHz}$

e) Amplitudspektrat har oändligt många komponenter, symmetriskt fördelade kring frekvensen $f_c = 10 \text{ MHz}$. Frekvensskillnaden mellan två på varandra följande komponenter är lika med $f_m = 10 \text{ kHz}$. Amplituden för spektralkomponent med frekvensen $f_n = f_c + n \cdot f_m$ (där n är ett heltal) ges av $V_n = V_c J_n(\beta)$, där V_c (betecknas även ibland med A) är den omodulerade bärvågens amplitud och $J_n(\beta)$ Besselfunktion av ordning n med argumentet $\beta = \frac{\Delta f_c}{f_m}$, som är FM-signalens mo-

dulationsindex.

I uppgiftens signal är $V_c = 20$ volt och $\beta = 5$ rad, vilket ger (anv. tabell för $J_n(5)$) att spektralkomponenten med bärvågsfrekvensen ($n = 0$, $f_0 = f_c = 10$ MHz) får amplituden $V_0 \approx 3,55$ volt.

Det första sidbandspar ($n = 1$ och $n = -1$) med frekv. $f_1 = f_c + f_m = 10,01$ MHz resp. $f_{-1} = f_c - f_m = 99,99$ MHz får båda amplituden $V_1 = V_{-1} \approx 6,55$ volt.

Det andra sidbandspar ($n = 2$ och $n = -2$) med frekv. $f_2 = f_c + 2f_m = 10,02$ MHz resp. $f_{-2} = f_c - 2f_m = 99,98$ MHz får båda amplituden $V_2 = V_{-2} \approx 0,93$ volt.

Det tredje sidbandspar ($n = 3$ och $n = -3$) med frekv. $f_3 = f_c + 3f_m = 10,03$ MHz resp. $f_{-3} = f_c - 3f_m = 99,97$ MHz får båda amplituden $V_3 = V_{-3} \approx 7,30$ volt.

Det fjärde sidbandspar ($n = 4$ och $n = -4$) med frekv. $f_4 = f_c + 4f_m = 10,04$ MHz resp. $f_{-4} = f_c - 4f_m = 99,96$ MHz får båda amplituden $V_4 = V_{-4} \approx 7,82$ volt.

o.s.v. ...

f) $P(f = 10,04 \text{ MHz}) \approx 3,06 \text{ W}$

g) $P(f = 10,00 \text{ MHz}) \approx 0,63 \text{ W}$

h) $V_c = 20$ volt

i) $P = \frac{V_c^2}{2R} = 20 \text{ W}$

j) Carsons regel ger $B \approx 2f_m(1 + \beta) \approx 120 \text{ kHz}$, 1% regeln ger $B \approx 160 \text{ kHz}$ (8 spektralkomponenter på resp. sida av f_c har en amplitud som är minst 1% av den omodulerade bärvågens amplitud).

M22.

a) $V_{\text{eff,omod.}} \approx 0,179$ volt

b) $f_c = 89,4 \text{ MHz}$, $f_m = 14,5 \text{ kHz}$

c) modulationsfrekvens=meddelandesignalens frekvens=14,5 kHz

d) $\beta = 5$ rad, $\Delta f_c = 72,4 \text{ kHz}$

e) $T_{\text{max}} = \frac{1}{f_c - \Delta f_c} \approx 11,19 \text{ ns}$, $T_{\text{min}} = \frac{1}{f_c + \Delta f_c} \approx 11,17 \text{ ns}$

f) $B_{\text{Carson}} \approx 173,8 \text{ kHz}$, $B_{1\%} \approx 231,7 \text{ kHz}$

g) $\frac{P(f=f_c)}{P_{\text{total}}} \approx 0,0315$, d.v.s. 3,15%.

h) $\frac{P(\text{inom } B_{\text{Carson}})}{P_{\text{total}}} \approx 0,993$, d.v.s. 99,3%.

M23.

a) Vid $f = f_c = 101 \text{ MHz}$ är amplituden 3,18 volt,

första sidbandspar har frekvenserna $f = (101 \cdot 10^6 \pm 440) \text{ Hz}$ och amplitud $V_1 = V_{-1} \approx 0,528$ volt,

andra sidbandspar har frekvenserna $f = (101 \cdot 10^6 \pm 880) \text{ Hz}$ och amplitud $V_2 = V_{-2} \approx 2,91$ volt,

tredje sidbandspar har frekvenserna $f = (101 \cdot 10^6 \pm 1320) \text{ Hz}$ och amplitud $V_3 = V_{-3} \approx 3,44$ volt,

b) $B_{\text{Carson}} \approx 4400 \text{ Hz}$, $B_{1\%} \approx 6160 \text{ Hz}$

M24. Ur grafen fås att $V_c = 2$ volt, och att $T_{\max} \approx 5,96 \mu\text{s}$ resp. $T_{\min} \approx 5,25 \mu\text{s}$, vilket ger $f_{\min} \approx 167,8 \text{ kHz}$ resp. $f_{\max} \approx 190,4 \text{ kHz}$.

a) $f_c \approx 179,1 \text{ kHz}$

b) $\Delta f_c \approx 11,3 \text{ kHz}$

c) $\beta = 1,13$

d) Avläs ur Besselgraf: $J_0(1,13) \approx 0,7$, $J_1(1,13) \approx 0,47$, $J_2(1,13) \approx 0,14$.

Detta ger de fem första spektralkomponenterna i amplitudspektrat:

Vid $f = f_c$ är $V_0 \approx 1,4$ volt,

första sidbandsparet har frekvenserna $f = f_c \pm f_m$ och amplitud $V_1 = V_{-1} \approx 0,94$ volt,

andra sidbandsparet har frekvenserna $f = f_c \pm 2f_m$ och amplitud $V_2 = V_{-2} \approx 0,28$ volt,

o.s.v. ...

M25.

a) $V_{A,\text{in}}$ är en AM-signal (DSB-FC), $V_{B,\text{in}}$ är en FM-signal.

b) $V_{A,\text{in, topp}} = 18$ volt, $V_{B,\text{in, topp}} = 10$ volt

c) $V_{A,\text{ut, topp}} = 14$ volt, $V_{B,\text{ut, topp}} = 11,53$ volt

d) $V_{A,\text{in, eff}} = 8,12$ volt, $V_{B,\text{in, topp}} = 7,07$ volt

e) $V_{A,\text{ut, eff}} = 7,62$ volt, $V_{B,\text{ut, topp}} = 5,04$ volt

M26.

a) $f_c \approx 300 \text{ kHz}$, $f_m \approx 25 \text{ kHz}$, $\Delta f_c \approx 100 \text{ kHz}$, $\beta \approx 4$

b) $P = 80 \text{ mW}$

c) $V_0 = V_c J_0(4) \approx 1,59$ volt

d) $P \approx 12,6 \text{ mW}$

e) centerfrekvens= f_c och bandbredd $< 2f_m = 50 \text{ kHz}$ (ty 1:a sidbandsparets komponenter har frekvenserna $f_c + f_m$ resp. $f_c - f_m$)

M27.

a) En enda spektralkomponent med frekvensen 100 MHz och amplituden=den omodulerade bärvågens amplitud= 15 volt.

b) T.ex. m.h.a. Besselgraf fås att $\beta \approx 1,45$ ger $J_0(\beta) = J_1(\beta) \approx 0,55$.

c) Amplitudspektrum: Vid $f = f_c = 100 \text{ MHz}$ är amplituden $V_0 \approx 8,25$ volt, första sidbandsparet har frekvenserna $f_1 = 100,01 \text{ MHz}$ och $f_{-1} = 99,99 \text{ MHz}$, samt amplituden $V_1 = V_{-1} \approx 8,25$ volt,

andra sidbandsparet har frekvenserna $f_2 = 100,02 \text{ MHz}$ och $f_{-2} = 99,98 \text{ MHz}$, samt amplitud ca. $V_2 = V_{-2} \approx 3,0$ volt (ty $J_2(1,45) \approx 0,22$),

o.s.v. ...

d) $\Delta f_c = \beta f_m = k_0 V_m$, vilket ger $V_m = 0,48$ volt

e) $J_3(1,45) \approx 0,057$, vilket ger $V_3 \approx 0,86$ volt.

f) $B \approx 49 \text{ kHz}$ (Carson)

g) $P \approx 1500 \text{ W}$ för spektralkomp. med $f = f_c$, $P \approx 3500 \text{ W}$ för sidbanden

h) För $\beta \approx 2,4$ är $J_0 \approx 0$, vilket ger $V_m \approx 0,8$ volt.

M28.

a) $\beta_{\max} = 5$ rad och $\Delta f_{c,\max} = 75$ kHz.

b) $\beta = 5$ rad

c) Multiplikationsfaktor $25=5/0,2$ (fasdeviation och bärvågsfrekvens multipliceras med samma faktor) ger lägre bärvågsfrekvensen 4,036 MHz.

M29.

a) $f_c = 100$ kHz, $f_m = 1$ kHz

b) $\beta \approx 1,45$ då $J_0(\beta) = J_1(\beta) \approx 0,55$. $V_0 = J_0(\beta) V_c$, vilket ger $V_c = 10$ volt.

c) $\Delta f_c = 1,45$ kHz

d) $B \approx 4,9$ kHz (Carson)

e) V_m fördubblas, leder till att β fördubblas vilket ger dels $V_0 = J_0(2,9) \cdot V_c \approx 0,224 \cdot 10 \approx 2,2$ volt, dels $B \approx 7,8$ kHz.

M30.

a) $v_{AM} = 10 \cdot (1 + 0,2 \cdot \cos(2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 t)) \cdot \cos(2\pi \cdot 10^8 t)$ volt

b) $P = 0,51$ W

c) $V_0 = J_0(\beta) V_c = 10$ volt, $V_1 = J_1(\beta) V_c = 1$ volt ger att $\frac{J_0(\beta)}{J_1(\beta)} = 10$ vilket uppfylls av $\beta \approx 0,2$. Resultatet frekvensdeviation är 1 MHz.

Kommentar: Uppgiften löses enklast genom att betraktasignalens i ett visardigramm.

För den intresserade ges här även det resulterande tidsuttrycket för SSB-signalen:

$v_{SSB}(t) = V_c A(t) \cos(\omega_c t + \Phi(t))$ där V_c är den omodulerade bärvågens amplitud, $A(t) = \sqrt{1 + 0,25 m^2 + m \cos(\omega_m t)}$ och $\Phi(t) = \arctan\left(\frac{-m \sin(\omega_m t)}{2 + m \cos(\omega_m t)}\right)$.

Fasdeviationen ges av $\Phi(t)$ och frekvensdeviationen fås m.h.a. $\frac{d\Phi(t)}{dt}$.

M31. -

M32. -

M33. $\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1+0,5m}{1-0,5m} + \approx 2,33$

M34. Om USB filtreras bort, så fås att:

a) Maximala fasdeviation är $\Theta_{\max} = \arcsin(0,5m) \approx 0,305$ rad $= 17,5^\circ$

b) Frekvensdeviationens extremvärden är $\Delta f_{c,\text{pos.max.}} = \frac{0,5m f_m}{1-0,5m} \approx 2,3$ kHz

resp. $\Delta f_{c,\text{neg.max.}} = \frac{-0,5m f_m}{1+0,5m} \approx -4,3$ kHz

M35.

a) Omodulerad bärvåg: $v_{c,\text{omod.}} = 4,0 \cdot \sin(2\pi \cdot 10^8 t)$ volt,

b) Meddelandesignalen: $v_m = 2,0 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^4 t)$ volt,

c) $v_{AM} = v_{c,\text{mod.}} = 4,0 \cdot (1 + 0,5 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^4 t)) \cdot \sin(2\pi \cdot 10^8 t)$ volt. $V_{\max} =$

6,0 volt, $V_{\min} = 2,0$ volt.

M36.

a) $V_c = 10$ volt, $\beta = 2$.

Amplitudspektrum: Vid $f = f_c = 100$ kHz är amplituden $V_0 \approx 2,24$ volt, första sidbandsparat har frekvenserna $f_1 = 115$ kHz och $f_{-1} = 85$ kHz, samt amplituden $V_1 = V_{-1} \approx 5,77$ volt,

andra sidbandsparat har frekvenserna $f_2 = 130$ kHz och $f_{-2} = 70$ kHz, samt amplituden $V_2 = V_{-2} \approx 3,53$ volt,

tredje sidbandsparat har frekvenserna $f_3 = 145$ kHz och $f_{-3} = 55$ kHz, samt amplituden $V_3 = V_{-3} \approx 1,29$ volt

o.s.v. ...

b) $B \approx 90$ kHz (Carson)

c) $B = 2f_m = 30$ kHz

KRETSAR FÖR AM OCH FM.

K1. a) Låt blandaren multiplicera ihop bärvåg och meddelande. Utsignalen blir en DSB-SC signal: $A \cos(\omega_c t) \cdot (\omega_m t) = \frac{A}{2} \cdot (\cos((\omega_c - \omega_m) t) + \cos((\omega_c + \omega_m) t))$, där A är en amplitud bestämd av blandaren.

Amplitudspektrum innehåller två spektralkomponenter (båda med amplituden $\frac{A}{2}$) på vinkelfrekvenserna $\omega_c - \omega_m$ och $\omega_c + \omega_m$.

b) Låt blandaren multiplicera ihop meddelande och $\cos(\omega_c t)$. Antag att blandarens förstärkning är 1. Addera sedan blandarens utsignal till bärvågen ($V_c \cos(\omega_c t)$) och DSB-FC resulterar.

K2. Se föreläsningssanteckningar.

K3. Beloppet av enveloppens variationstakt är $V_c m \omega_m \sin(\omega_m t)$. Beloppet av urladdningstakten vid tiden t är $R C V_c (1 + m \cos(\omega_m t))$. Enveloppdetektorn fungerar om kondensatorn hänger med i enveloppens tidsvariation (men är samtidigt okänslig mot bärvågens variation), vilket leder till villkoret $C \leq \frac{1+m \cos(\omega_m t)}{R \omega_m m \sqrt{1-\cos^2(\omega_m t)}}$.

För att finna maximal tillåten C måste man minimera högerledet, vilket görs genom att derivera m.a.p. $\cos(\omega_m t)$. Resultatet är att $\cos(\omega_m t) = -m$ ger minimum och insättning i uttrycket för C ger den eftersökta formeln $C_{\max} = \frac{\sqrt{m^2-1}}{R \omega_{m,\max}}$.

K4. a) $m = 0,75$ och $f_m = 9$ kHz ger $C \approx 16$ nF.

K5. Se sid. 144-146, 157-158 i Frank: Telekommunikation, eller sid. 86-89 i Walander: 17 lektioner om telekommunikation.

K6. Se föreläsningssanteckningar.

K7. -

K8.

- a) Taylorutveckla och lågpasfiltrera diodströmmen. För $V_b = 0$ fås att $I = \frac{I_0 \alpha^2 V_{RF}^2}{4} = k \cdot P_{RF}$ (där k är en konstant), ty P_{RF} är direkt proportionell mot V_{RF}^2 .
- b) och c) Rita graferna med t.ex. MATLAB eller Mathematica.

K9. Se föreläsningssanteckningar.

K10. För blockschema, se föreläsningssanteckningar.

Antag $f_{LO} > f_{RF}$.

- a) $f_{LO} = 1\,255\text{ kHz}$
 b) $f_{\text{spegel}} = 1\,710\text{ kHz}$.
 c) $f_{LO} = 96,0\text{ MHz}$, $f_{\text{spegel}} = 106,7\text{ MHz}$.

Signal på spegelfrekvensen elimineras t.e.x. genom filtrering *innan* blandaren.

K11. 81 GHz till 120 GHz.

K12. Se föreläsningssanteckningar och sid. 126-127, 132-133 i Wallander: 17 lektioner om telekommunikation.

K13. -

K14. Se föreläsningssanteckningar.

K15. Betrakta ett lågpasfilter och antag att filtrets överföringsfunktion i övergången mellan passbandet och spärbandet ges av $\frac{v_{ut}}{v_{in}} = k_1 - k_2 \omega$, där k_1 och k_2 är konstanter.

Det innebär att om insignalen är $v_{in} = A \cos(\omega_i)$ (där ω_i är ögonblicksvärdet av insignalens vinkelfrekvens), så kommer v_{ut} (v_{in} känner av filtret vid $\omega = \omega_i$) att ha formen $(k_1 - k_2 \omega_i) \cdot A \cos(\omega_i)$, d.v.s utsignalens amplitud är inte längre konstant utan varierar i takt med ω_i . Alltså har vi fått en amplitudmodulerad signal, med en amplitudvariation som innehåller informationen i FM-signalen.

K16. Se föreläsningssanteckningar.

K17. Se föreläsningssanteckningar.

K18.

- a) -
- b) Fasdeviation ($\beta = \frac{\Delta f_c}{f_m}$) är max då f_m är som minst eftersom i vårt fall är Δf_c fixerad.
- c) $\Delta f_c = \frac{k V_m N_2 N_3}{2\pi}$, där k är en konstant. Frekvensdeviationen är alltså direkt

proportionell mot meddelandesignalens amplitud.

$$d) f_c = N_3(N_2 - N_1) f_{c,0}$$

Exempelvis $N_3 = 32$, $N_2 = 24$, $N_1 = 9$ eller $N_3 = 48$, $N_2 = 64$, $N_1 = 54$.

e) Utsignal: $\beta = \frac{\Delta f_c}{f_m}$, sätt in max resp min för meddelandefrekvensen.

Smalbandiga FM-signalen: Dividera utsignalens mod.index med $N_2 N_3$.

K19.

a) Om switchningen styrs med frekvensen f_0 så kommer kretsen utsignal att ha formen av något slags pulståg. Pulstågets Fouriersserie kommer vara rik på övertoner (exakt vilka och med vilka amplituder avgörs av tågets exakta form ... se exempel i kap. 3 i boken av Young (Electronic communication techniques) eller i någon bok om transformteori) med frekvenser som är heltalsmultiplar av f_0 . Genom att filtrera fram överton med önskad frekvens har man fått en signal som har en frekvens som är en heltalsmultipel av insignalen. Alltså har man genomfört en frekvensmultiplikation.

b) Även likriktare har någon sorts pulståg som utsignal, som därmed kommer att innehålla övertoner till f_0 . Icke-linjära kretslements utsignal innehåller termer som exempelvis kvadraten på insignalen (taylorutveckling av en funktion $f(x)$ ger $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots$), vilket ger bl.a. en term som svänger med frekvensen $2 f_0$, alltså en frekvensfördubbling.

K20. -

K21.

a) Utsignalen är $\frac{V_{in}^2}{2}(1 + \cos(2\omega t))$ där V_{in} är insignalens amplitud.

b) Insignalens medeleffekt (räknat per ohm).

c) Frekvensdubblare.

DIGITAL MODULATION.

D1.

a) 10110001 eller 01001110

b) 10010110 eller 00010110. [DPSK: fasbyte jämfört med föregående bit=logisk 0:a, samma fas som föregående bit=logisk 1:a.]

c) För DPSK räcker det att få första biten rätt, därefter använder man alltid föregående bits fas som referens.

D2. ASK: använd olika amplitudnivåer för 1:a resp. 0:a.

FSK: använd olika bärvågsfrekvenser för 1:a resp. 0:a.

PSK: använd olika faslägen (med 180° skillnad om binär PSK) för 1:a resp. 0:a.

D3. Blandaren multiplicerar ihop bärvågen och meddelandet. Eftersom meddelandet har två olika amplitudnivåer (≥ 0) så blir utsignalen en spänningen med frekvensen= f_c och en amplitud som varierar i takt med meddelandets amplitudvariation; digitalt meddelande innebär att information ligger i den modulerade

bärvågens amplitudvariation (1:a eller 0:a).

Om 1:an är 1 volt och 0:an noll volt, så blir ASK-signalen ett tåg av $\cos(\omega_c t)$ skurar.

I konstellationsdiagrammet svarar 1:an mot värdet 1 och 0:an mot värdet 0 på I-kanalens axel [$\cos(\omega_c t)$ axeln].

D4. Multiplikation med -1 innebär en fasförskjutning med 180° . Ett pulståg med nivåerna +1 volt resp. -1 volt resulterar i en utsignal i form av en $\cos(\omega_c t)$ som erhåller en fasförskjutning med 180° varje gång meddelandet har en negativ nivå. Vi får alltså en utsignal med konstant amplitud och frekvens, men med två möjliga faslägen, d.v.s. binär PSK.

I konstellationsdiagrammet svarar 1:an mot värdet 1 och 0:an mot värdet -1 på I-kanalens axel [$\cos(\omega_c t)$ axeln].

D5. $f_1 = 1\,200\text{ Hz}$, $f_0 = 2\,200\text{ Hz}$. Notera likheten mellan uttrycket $f_{\text{ut}} = -500 v_{\text{in}} + 1700\text{ Hz}$ och uttrycket för ögonblicksvärdet av frekvensen hos en analog FM-signal med ett entonigt meddelande: $f = \Delta f_c + f_c = k_0 v_{\text{in}} + f_c$. Med siffervärden enligt FSK exemplet skulle vi få $f_c = 1\,700\text{ Hz}$, $k_0 = -500\text{ Hz volt}^{-1}$ och $\Delta f_{c,\text{max}} = 500\text{ Hz}$.

D6. Se föreläsningssanteckningar.

D7. Se föreläsningssanteckningar.

D8. 1:a som insignal ger utsignalen $\cos(\omega_1 t)$, 0:a som insignal ger utsignalen $\cos(\omega_2 t)$. Utsignalen för bitsekvensen blir alltså en cosinus som har varierande frekvens: FSK.