

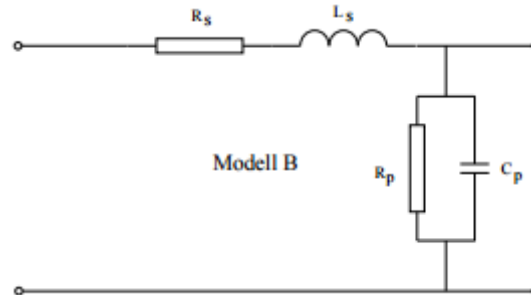
Laboration 1 och 2 - Redovisning

John William Croft
Andreas Johansson

7 december 2016

1 Laboration 1

Under laboration 1 utfördes flera experiment för att bestämma vågegenskaperna hos en konstgjord transmissionsledning. Ledningen består av 19 identiska segment (av modelltyp B, se figur 1) i serie, med totalt 20 mätpunkter (ändnoderna i figur 1).



Figur 1: Ett segment i den konstgjorda transmissionsledningen består av diskreta passiva komponenter.

1.1 Mätning av ledningens karakteristiska impedans. Z_0

Den karakteristiska impedansen går inte att direkt mäta upp och därför krävs det att man använder en metod som utnyttjar ledningens mätbara *in*impedans Z_{in} , i två olika lägen, för att bestämma den. När ledningens ända är kortsluten kallar man Z_{in} för *kortslutningsimpedansen* eller Z_k , och när ändan är öppen (avbrott) så kallas Z_{in} för *tomgångsimpedansen* eller Z_t .

Z_k och Z_t mättes vid 10kHz med en LCR mätare över ett separat ledningssegment (för att få ett noggrannare resultat) till $40,9\Omega$ respektive 59Ω .

Med hjälp av den generella ekvationen för Z_{in} kan två separata uttryck för Z_k och Z_t härledas:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \begin{cases} Z_k = jZ_0 \tan(\beta l) & , om Z_L = 0 \\ Z_t = \infty & , om Z_L = \infty \end{cases}$$

Dessa uttryck kan nu multipliceras ihop för att lösa ut Z_0 :

$$Z_0 = \sqrt{Z_k \cdot Z_t} \Rightarrow \sqrt{40,9 \cdot 59} = 49,7\Omega$$

1.2 Mätning av ledningens dämpningskoefficient, α

Ledningen avslutades först med ett dekadmotstånd inställd på beloppet av Z_0 , för att eliminera vågreflexion. En sinusformad spänning med ett effektivvärde av 3,0V anslöts sedan och spänningsamplituden mättes upp i varje mätpunkt längs konstledningen. De uppmätta värden redovisas i tabell 1.

Eftersom ekvationen för en våg i en förlustbehäftad ledning är $A \cdot e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x)$ så förväntas det att amplituden är exponentiellt avtagande längs ledningen. Om den naturliga logaritmen av den uppmätta datan beräknas så erhålls dock en rak linje vars lutning är dämpningskoefficienten, α . Detta härleds på följande sätt:

$$\text{Låt } \sin(\omega t - \beta x) = 1 \quad \Rightarrow A \cdot e^{-\alpha x} \Rightarrow y = \ln A - \alpha x$$

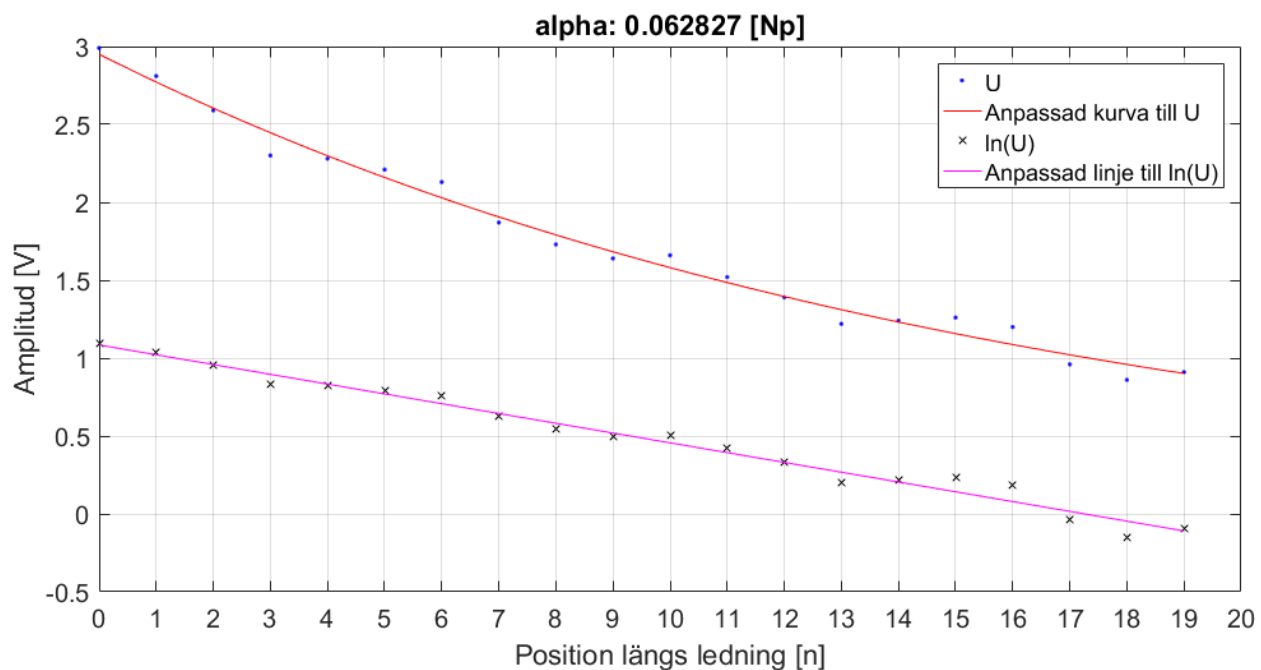
I figur 2 visas den uppmätta exponentiella kurvan samt den linjäriserade kurvan. Observera att kurvorna inte följer mätpunkterna exakt eftersom lastimpedansen Z_L inte var tillräckligt noga anpassad till Z_0 , och impedansskillnaden ger en stående våg som följd.

Dämpningskoefficienten kan nu läsas direkt ur grafen.

$$\alpha = 0,0628 \text{ Np}$$

Mätposition [n]	Amplitud [V]
0	2.99
1	2.81
2	2.59
3	2.30
4	2.28
5	2.21
6	2.13
7	1.87
8	1.73
9	1.64
10	1.66
11	1.52
12	1.39
13	1.22
14	1.24
15	1.26
16	1.20
17	0.96
18	0.86
19	0.91

Tabell 1: Spänningsamplituder uppmätta vid varje segment längs konstledningen.

Figur 2: I grafen syns hur mätpunkterna (U) följer en exponentiell kurva. När man beräknar den naturliga logaritmen av datan erhålls en rak linje vars lutning är lika med dämpningskoefficienten, α .

1.3 Mätning av faskonstanten (vågtalet), β , samt bestämning av gångkonstanten, γ

Faskonstanten är den färförskjutning som spänningssvågen påverkas av i varje längdenhet av transmissionsledningen. Den bestämdes genom att använda en oscilloskop med två kanaler för att kunna mäta den sinusformade spänningssvågan vid två intilliggande ledningssegmentet. En fäsdifferens $\beta = 0.65 \text{ [rad/segment]}$ observerades. Experimentet upprepades i flera positioner för att säkerställa ett korrekt svar, med samma resultat.

Man kan nu bestämma *gångkonstanten* γ , *våglängden* λ och *våghastigheten* $V_{våg}$:

$$\gamma = \alpha + j\beta \Rightarrow 0,0628 + j0,65$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0,65} = 9,67 \text{ [segment]}$$

$$V_{våg} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \cdot 10\text{kHz}}{0,65} \approx 96700 \text{ [segment/sekund]}.$$

Den kompletta vågekvationen är nu $3e^{-0,0628x} \sin(10 \cdot 10^3 \omega - 0,65x)$.

2 Laboration 2

Redovisningen för laboration 2 är uppdelad i två delar då två olika typer av experiment utfördes:

1. Pulsreflexionsmätningar där våg-, lednings- och belastningsegenskaper bestäms utifrån en pulssignals reflexioner.
2. Reflexionsmätningar vid sinusformad spänningsmatning.

2.1 Bestämning av pulsvågens utbredningsfart och ledningens ε_r -värde

Tiden för en pulsvåg att utbreda sig från en viss position på ledningen (i vårt fall, där den är kopplad till oscilloskopet) till lastenpositionen kan benämnas τ . Vid lasten får man alltid en vågreflexion så länge $Z_0 \neq Z_L$, som utbreder sig åt motsatt håll i samma hastighet. Detta gör att oscilloskopet kommer att vid startpositionen efter dubbla denna restid, 2τ , mäta en skillnad i spänning motsvarande den reflekterade vågens spänning, V_0^- . Eftersom ledningens längd, l , är känd och 2τ kan bestämmas med oscilloskopet så kan utbredningsfarten beräknas:

$$V_{våg} = \frac{2l}{2\tau} = \frac{2 \cdot 20m}{2 \cdot 100ns} \approx \frac{2}{3} C_0, \text{ där } C_0 \text{ är ljusets hastighet i vakuum.}$$

Utbredningsfarten möjliggör också beräkningen av den relativa permittiviteten, ε_r , av ledningens dielektrikum, dvs materialet mellan inner- och ytterledningsytorna. För en koaxialledning så kan man förutsätta att signaldämpningen (dvs energiförlusten) är försumbar vid längderna som denna rapport behandlar. Man kan då approximeras ε_r med följande formel:

$$V_{våg} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{1}{V_{våg}^2 \cdot \varepsilon_0 \mu_r \mu_0} = 2,247$$

Detta värde visas sig vara mycket nära den för polyeten eller polypropen.

2.2 Pulsreflexion vid missanpassad last

De tre följande experiment utfördes för att kunna analysera pulsreflexioner vid olika typer av resisitiva och reaktiva lastimpedanser.

2.2.1 Beräkning av Z_0 vid rent reell (resistiv) lastimpedans

I detta experiment var generatorimpedansen Z_G anpassad till Z_0 samtidigt som lastimpedansen Z_L varierades.

Vid en godtycklig rent resistiv last $R_L \neq Z_0$ i denna konfiguration så uppstår en reflekterad vågkomponent V_0^- vid lasten som är proportionell mot den infallande vågen V_0^+ . Den reflekterade vågen 'överlagras' på den infallande vågen för att ge en total våg V_{tot} som är antingen större eller mindre än den originala pulsvågen. Den reflekterade vågkomponenten absorberas sedan av Z_G . Det som avgör hur stor och vilket 'tecken' den reflekterade vågkomponenten har avgörs av relationen mellan Z_0 och Z_L , och benämnas *reflektionskoefficienten*, Γ_L . Γ_L kan beräknas på följande vis:

$$\Gamma_L = \frac{V_0^-}{V_0^+} \quad (1)$$

I praktiken kan V_0^- , och därmed γ , bestämmas genom att mäta skillnaden mellan V_0^+ och den reflekterade, 'superponerade' vågen, $V_0^+ + V_0^-$. Om $Z_0 = Z_L$ så är $\Gamma_L = 0$ och V_0^+ absorberas helt av lasten utan någon

reflektion. Ledningens karakteristiska impedans Z_0 kan sedan beräknas med formeln:

$$Z_0 = -\frac{Z_L(\Gamma_L - 1)}{(\Gamma_L + 1)} \quad (2)$$

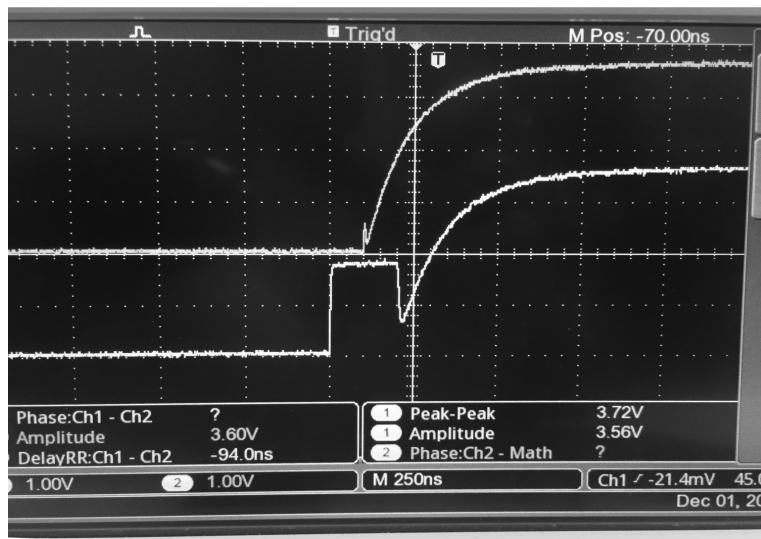
Γ_L och Z_0 bestämdes vid flera olika värden på Z_L och redovisas i tabell 2.

R_L [Ω]	Γ_L	Z_0 [Ω]
10,2	-0,63	44,9
27,3	-0,31	51,9
47,2	-0,033	50,4
100,7	3,21	52,9
149,4	2,05	51,3

Tabell 2: Lastens reflexionskoefficient, Γ_L , och koaxialkabelns karakteristiska impedans, Z_0 , bestämda utifrån den kända reella lastimpedansen, R_L .

2.2.2 Reflexioner vid capacitiv lastimpedans

Lasten byttes till en kondensator i storleksordningen 1 - 2,2nF och de resulterande reflexionerna observerades vid ingången till ledningen och vid lasten själv. Den uppmätta tidsvarierande spänningen visas i figur 3.



Figur 3: De övre och undre kurvorna representerar spänningen vid lasten respektive generatorn. I kurvan för generatorspänningen ser man tydligt hur pulsen plötsligt förändras på grund av 'superposition' av den reflekterade vågen vid 2τ . En större kapacitans ger en längre stigtid.

Utseendet på kurvan som uppstår beror på hur en kondensator laddas upp över tid vid en stegformad spänning över den, och hur det påverkar spänningsreflektionen. Kondensatorns uppladdningen kan matematiskt uttryckas:

$$u(1 - e^{-\frac{1}{R_0 C} t}) \quad (3)$$

där u är stegspänningen, R_0 är kondensatorns ESR och $\frac{1}{R_0 C}$ tillsammans är *tidskonstanten*.

Man kan intuitivt resonera att kondensatorn beter sig som en kortslutning när spänningspulsen först når kondensatorn (bortsett från ESR) och laddningen ≈ 0 , vilket då skulle medföra, precis som vid tidigare experiment, $\Gamma_L \approx -1$ vilket skulle ge en total negativ reflektion och en $V_{tot} = 0V$ vid lasten. På samma sätt kan man resonera att en fulladdad kondensator beter sig som ett avbrott (bortsett från eventuella läckströmmar) vilket då skulle ge en $\Gamma_L \approx 1$ och resultera i en spänningsdubbling vid lasten. Mellan dessa två tidsvarierande

tillstånd så reflekterar den kapacitiva lasten en spänning som är proportionell mot kondensatorns momentana uppladdning uttryckt i ekvation (3).

Anledningen till att den reflekterade spänningen vid generatoren aldrig blir 0V i figur 3 är troligtvis på grund av att *sample-tiden* på oscilloskopet som användes vid mätningarna inte är tillräckligt kort.

2.2.3 Reflexioner vid skarv av två koaxialledningar med misanpassade Z_0

I detta experiment matades en spänningssteg in i en skarvkoppling av två misanpassade koaxialledningar varav den från generatoren till skarven var 50ohm och den andra var okänd fast med en öppen ända. Oscilloskopet mätte spänningsamplituden vid generatoren och vid skarven.

Eftersom andra ledningen inte är anpassad så förväntas reflexioner vid skarven men även vid 'lasten' (avbrottet) på andra ledningen, vilket ger flera reflektioner än tidigare som dessutom är svårare att tolka. Genom att enbart titta på den **första** reflektionens spänningsskillnad, V_0^- , kan man dock beräkna Γ_{skarv} . Man kan alltså betrakta hela den okända ledningen som en lastimpedans i sig för våra ändamål. Ekvation (2) kan därmed skrivas om på följande sätt:

$$Z_L = -\frac{Z_0 \cdot (\Gamma_L + 1)}{(\Gamma_L - 1)} \Rightarrow Z_{0,2} = -\frac{Z_0 \cdot (\Gamma_{skarv} + 1)}{(\Gamma_{skarv} - 1)} = 78,6\Omega \quad (4)$$

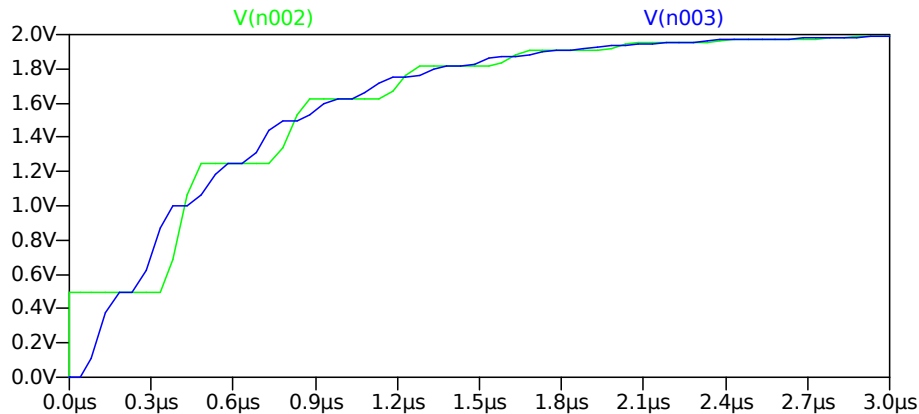
, där $Z_{0,2}$ är den karakteristiska impedansen för en okända ledningen.

En mätning av utbredningsfarten på samma sätt som i sektion 1.3 visade ingen skillnad i detta fall.

2.3 Multipelreflexioner

Vid en misanpassning av Z_G , Z_0 och Z_L så uppstår reflexioner varje gång vågen når ett ledningsände. Resultatet blir oändligt många vågreflexioner som avtar i amplitud med varje ny reflexion och till slut gör att $V_{tot}(x)$ når ett stationärtillstånd. Detta fenomen kan även uttryckas matematiskt som en oändlig serie.

I detta experiment skarvades två ledningar med identisk längd och egenskaper samtidigt som en 100Ω resistans kopplades i serie med Z_G och skarvkabelns ända lämnades öppen. Oscilloskop användes för att mäta spänningen vid generatoren och skarven (mitten på den förlängda ledningen). En simulering av de spänningar som resulterar finns i figur 4.



Figur 4: Det gröna strecket visar spänningen vid generatoren och det blå spänningen vid mitten på ledningen. Man kan tydligt se hur spänningen växer stegvis (ty positiva reflektioner) men med avtagande amplitud, tills spänningen når ett stationärtillstånd. Obs! Detta är en simulering och enbart illustrativ i syfte.

Γ_G och därmed Z_G kan bestämmas utifrån de erhållna 'trappformade' spänningskurvorna. Till skillnad från 2.2.1 så måste man här ta hänsyn till att vågen utbreder sig åt båda hållen flera gånger. Γ_G kommer alltså att vara beroende av en reflekterad våg från last till generator (för enkelhets skull kan den första, V_0^- , väljas) och nästa reflekterade våg från generator till last V_1^+ , som själv beror på V_0^- . Γ kan generellt uttryckas som kvoten mellan den av impedansen reflekterade vågkomponent och den för impedansen infallande vågkomponent. I detta fall:

$$\Gamma_G = \frac{V_1^+}{V_0^-} \quad (5)$$

Eftersom Γ_G och Z_0 nu är kända så kan Z_G beräknas:

$$Z_G = -\frac{Z_0 \cdot (\Gamma_G + 1)}{(\Gamma_G - 1)} \quad (6)$$

Γ_G och Z_0 skulle i denna uppgift undersökas vid användningen av två olika utgångar på funktionsgeneratoren: '50Ω' och 'Sync'. Båda fallen gav dock identiska svar: $\Gamma_G \approx 0,50$ och $Z_0 \approx 150\Omega$. Funktionsgenerators inre impedans är då $150\Omega - 100\Omega = 50\Omega$ i båda fallen.

2.4 Anpassad generator, missanpassad last vid sinusformad spänningsmatning

I denna uppgift är generatoren och en 20m ledning anpassade medan $Z_L = 10\Omega$. Ledningen matas med en sinusformad spänning. Detta ger, precis som i föregående uppgifter, en reflektion vid lasten vilket sedan absorberas av generatorimpedansen. Den totala spänningens amplituden $V_{tot}(x)$ som uppstår i en viss position längs ledningen efter 2τ (efter att vågen hunnit utbreda sig till lasten och tillbaka) får dock ett mönster som beror på spänningens frekvens och ledningens längd (enklast uttryckt i våglängder λ). Detta mönster kallas för en stående våg och är statisk även om den ursprungliga spänningsvågen och dess reflektion inte är det.

För att närmare bestämma hur dessa stående vågor ser ut varierades insignalens frekvens samtidigt som spänningsamplituden vid ledningens in- och utgång observerades på oscilloskopet. Ett max- och minpunkt för spänningsamplituden på *ingången* togs fram och relevant data beräknades i tabell 3.

	$V_{ing.,max}$	$V_{ing.,min}$
$f(\text{MHz})$	2,3	4,8
längd (λ)	0,23	0,48
$V_{ing.}$	3,28	0,80
V_{last}	0,63	0,60

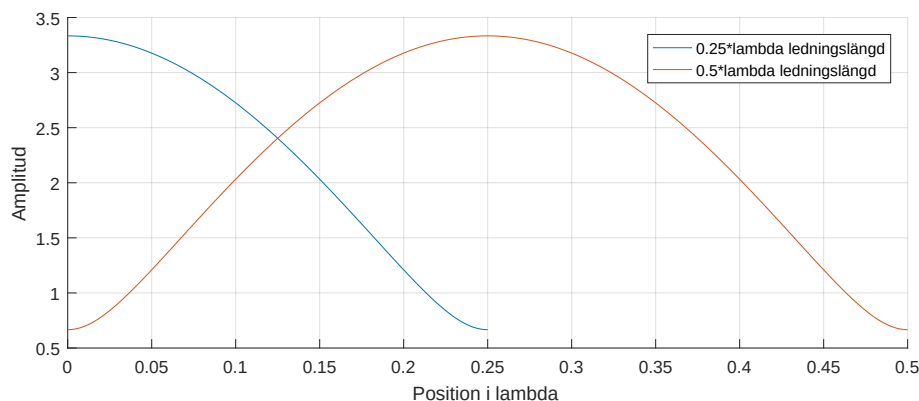
Tabell 3: Amplituden vid ingången till ledningen samt vid lasten. Frekvensen bestämmer även ledningens längd mätt i våglängder λ .

Ur tabellen syns att vid 2,3MHz är det en maxpunkt på ingången och en minpunkt vid lasten, samt att vid 4,8MHz är det två minpunkter vid ingång och last. En stående våg har dock en period på $\frac{1}{2}\lambda$. Med detta kan stående vågen ritas, en simulering har gjorts i figur 5 som visar det exakta mönstret längs ledningen.

Stående vågförhållandet (SVF) kan också räknas ut med de uppmätta värden. $SVF = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{3,28}{0,6} = 5,47$. Detta kan också bestämmas teoretiskt med följande formel:

$$SVF = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \Rightarrow \frac{1 + |-\frac{2}{3}|}{1 - |-\frac{2}{3}|} = 5 \quad (7)$$

, vilket stämmer bra överens med det uppmätta värdet.



Figur 5: Notera att den blå kurvan slutar vid $0,25\lambda$ eftersom ledningen i själva verket bara är $0,25\lambda$ lång vid den frekvensen.