

Redovisning - Laboration 4
LET271 Elektriska Mätsystem och Mätmetoder

John William Croft
Andreas Johansson

10 mars 2017

Innehåll

1	Introduktion	3
2	Bakgrundsteori	3
3	Material och Metoder	4
4	Mjukvara	4
5	Mätningar	4
6	Resultat	5
6.1	Kalibreringsdata för NTC motstånd	5
6.2	Nedkylning av Pt-100 element	6
7	Dataanalys av friliggande Pt-100 element	6
7.1	Medelvärde, standardavvikelse och 95% konfidensintervall för t-fördelning över rumstemperatursmätningar	6
7.2	Histogram över rumstemperatursmätningar	7
7.3	Beräkning av tidskonstant τ för Pt-100 element	8
7.4	Graf för nedkylning av Pt-100	9
8	Slutsatser	9
9	Bilagor	10
9.1	MATLAB program för U_R som funktion av T samt beräkning av anpassad linje med <i>Least Square</i> metoden för NTC motstånd (kap. 6.1)	10
9.2	MATLAB program för beräkning av <i>medelvärde</i> , <i>standardavvikelse</i> och <i>konfidensintervall</i> (kap. 7.1)	10
9.3	MATLAB program för beräkning av Pt-100 ' <i>best fit</i> ' koefficienter med <i>Least Square</i> metoden samt ritning av diagram (kap. 7.3 & 7.4)	11
10	Referatlista	11

Sammanfattning

I denna laborationsrapport undersöks hur ett NTC motstånd kan automatiskt kalibreras med hjälp av extern datorutrustning och hur olika statistiska medel kan användas för att beräkna egenskaper såsom *medelvärde*, *standardavvikelse* och *konfidensintervall* hos en mätserie. Rapporten tar också upp hur tidskonstanten hos ett frilligande *Pt-100* element kan beräknas.

Den *bäst passande* funktionen för den kalibrerade NTC-termistorn beräknades till $U_R = 0,2677 + 0,03070 \cdot T$.

Statistisk analys av rumstemperatursmätserien gav följande värden:

- medelvärdet $\bar{T} = 23,6460^\circ\text{C}$
- standardavvikelsen $\hat{\sigma} = 0,0396^\circ\text{C}$
- konfidensintervall $23,6460 \pm 0,0113$

Genom att kombinera mätserien för rumstemperaturen med en mätserie för Pt-100 elementet under nedkylning (mot rumstemperatur) kunde tidskonstanten för Pt-100 beräknas till $\tau = -11,4943$.

1 Introduktion

Den här laborationsrapporten har i syfte att redovisa för följande moment:

- att med hjälp av datorstyrd mätutrustning samt specialskrivna LabView-program, automatisera den kalibreringsmätningen av en NTC-termistor som tidigare gjordes för hand under laboration 2, och beräkna den 'bäst passande' kurvan som beskriver dess förhållande mellan spänning och temperatur.
- att utföra statistisk analys på mätserier tagna med hjälp av Pt-100 elementet. Detta inkluderar *medelvärde*, *standardavvikelse* och *konfidensintervall* och en uppskattning av den underliggande fördelningen.
- att bestämma tidskonstanten τ för ett friliggande Pt-100 element och med hjälp av den bestämma den 'bäst passande' tidsfunktionen.

2 Bakgrundsteori

Under denna laboration användes två olika typer av temperaturgivare: motsåndstermometern Pt-100 och en halvledar-baserad NTC (negative temperature coefficient) termistor.

Pt-100 Pt-100 elementet är en rent resistiv temperaturgivare som utnyttjar faktumet att en metalls resistans ökar tillsammans med temperaturen, dvs. att den har ett positivt temperaturberoende. Den är tillverkad i platina, en metall vars fördelar är att den har en mycket linjär förhållande mellan temperatur och resistans (och kräver därmed ingen kalibrering) och har en högsmältåpunkt som gör den lämplig för industriella processer. Suffixen '100' betyder att den är garanterad att ge en resistans av 100Ω vid 0°C .

Resistansen av en Pt-100 givare kan beskrivas med följande formel enligt Lars Bengtsson i [1, pp. 41]:

$$R_T = R_0(1 + \gamma T) \quad (1)$$

där R_0 är den nominala resistansen vid 0°C , i det här fallet 100Ω , och $\gamma = 3,85 \cdot 10^{-3}^\circ\text{C}^{-1}$ är materialkonstanten för platina.

Detta skrivs om på följande sätt för att erhålla temperaturen vid uppmätt resistans:

$$T = \frac{\frac{R_T}{R_0} - 1}{\gamma} \quad (2)$$

NTC Termistor En termistor är en temperaturgivare tillverkad i halvledarmaterial. Dess största fördelar är låg tillverkningskostnader, hög känslighet och integrerbarhet med annan elektronik. Dock så är den i hög grad olinjär, förhållandevis begränsad i sitt temperaturintervall och har ett *negativt* temperaturberoende, dvs. att resistansen minskar när temperaturen ökar.

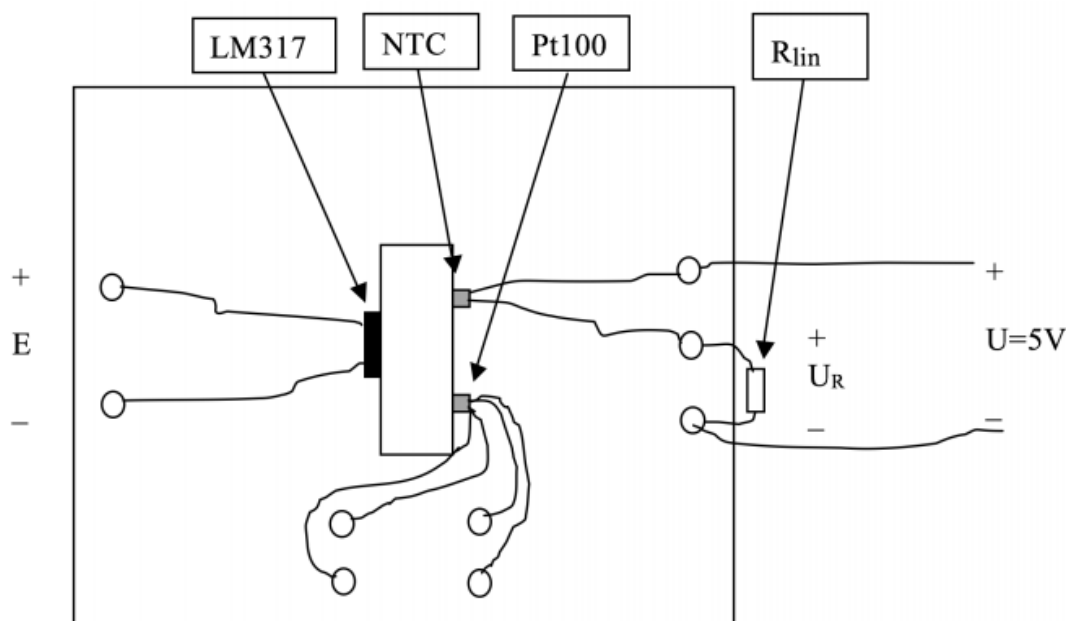
Temperaturberoendet för en NTC termistor beskrivs med följande formel [1, pp. 48]:

$$R_T = R_{25} \cdot e^{\alpha(\frac{1}{T} - \frac{1}{298})} \quad (3)$$

där R_{25} är den nominella resistansen vid 25°C , och α är en *termistorkoefficient*. För termistorn som används i denna laboration så är $R_{25} = 2,2\text{k}\Omega$ och $\alpha = 3977^\circ\text{K}$. Obs! T anges i Kelvin, inte Celsius!

För att kunna jämföra termistorn med Pt-100:an så måste temperaturberoendet göras positiv och det olinjära förhållandet måste linjäriseras inom intervallet vi är intresserade av.

För att inverta temperaturberoendet så att den blir positiv så kan man koppla in ett extert motstånd i serie med NTC givaren, samtidigt som man lägger en konstant spänning över seriekopplingen. Om man nu mäter spänningen över det externa motståndet så erhåller man ett positivt förhållande mellan spänning och temperatur, vilket är det vi mäter på i denna laboration. För att linjärisera en given temperaturintervall måste dock värdet på det externa motståndet väljas på ett lämpligt sätt, denna motstånd benämns därmed R_{lin} . I denna laboration är vi intresserade av intervallet 20°C till 60°C . Det medför att $R_{lin} \approx 860\Omega$ enligt formeln i [1 pp. 50]. Kretskopplingen visas i figur 1 i kapitel 3.



Figur 1: Kretsuppkoppling för kalibration av NTC. E varierar beroende på hur mycket värme som önskas. Pt-100:an mäts med 4-wire metoden.

3 Material och Metoder

Kretskonstruktionen för att kunna utföra kalibreringsmätningar på NTC-termistorn visas i figur 1.

LM317 är en inställningsbar, *linjär spänningsregulator* som här används enbart på grund av sin förmåga att omvandla mycket effekt till värme när den tvingas reglera en hög inspänning till en låg utspänning. Detta är med andra ord värmekällan till givarna, och är monterad på ena sidan av ett aluminium block för att kunna leda värmen jämt till NTC:n och Pt-100:an monterade på andra sidan. Spänningsregulatorn var inställd för att ge en temperaturökning på ca. $5^{\circ}\text{C min}^{-1}$ vid en inspänning av 30V. Ett inställningsbart nätaggregat användes för att generera spänningarna E och U .

Pt-100 givaren är mycket noggran och ger, mha. ekvation 2, en referenstemperatur för kalibreringen. Dess resistans mäts med bänkmultimetern HP34401A via 4-tråds metoden för att eliminera inverknigen av kabelresistans, vilket kan orsaka stora mätfel i en såpass okänslig givare. Multimetern fjärrstyrdes från laborationsdatorn via en *serial*-länk (RS-232 standarden). Detta beskrivs mer utförligt i nästa kapitel.

Spänningen U_R över linjäriseringsmotståndet R_{lin} mättes med ett sk. DAQ (*Data Acquisition*)-kort, som var direkt anslutet till laborationsdatorn.

4 Mjukvara

För att åstadkomma alla mätningar och beräkningar användes programmet LabView 2014 av *National Instruments*.

För att integrera extern mätutrustning, i det här fallet HP 34401A Multimetern, med programmet användes *SCPI* (*Standard Commands for Programmable Instruments*) commandon över den inbyggda *VISA* (*Virtual Instrument Software Architecture*) API:n i LabView. Detta låter LabView fjärrstyra och hämta mätresultat från multimetern.

För att ta mätningar direkt via datorns DAQ-kort användes den inbyggda *Express VI:n*, 'DAQ-assistent'.

5 Mätningar

För att kunna kalibrera NTC termistorn mättes resistansen R_T över Pt-100 elementet och spänningen U_R över R_{lin} samtidigt som båda givarana värmdes upp från rumstemperatur (ca. 23°C) till 60°C . Mätningar togs med

1s tidsintervall. R_T omvandlades direkt till $T^{\circ}\text{C}$ (se ekvation 2) innan båda värden sparades i en *tabell* för vidare analys.

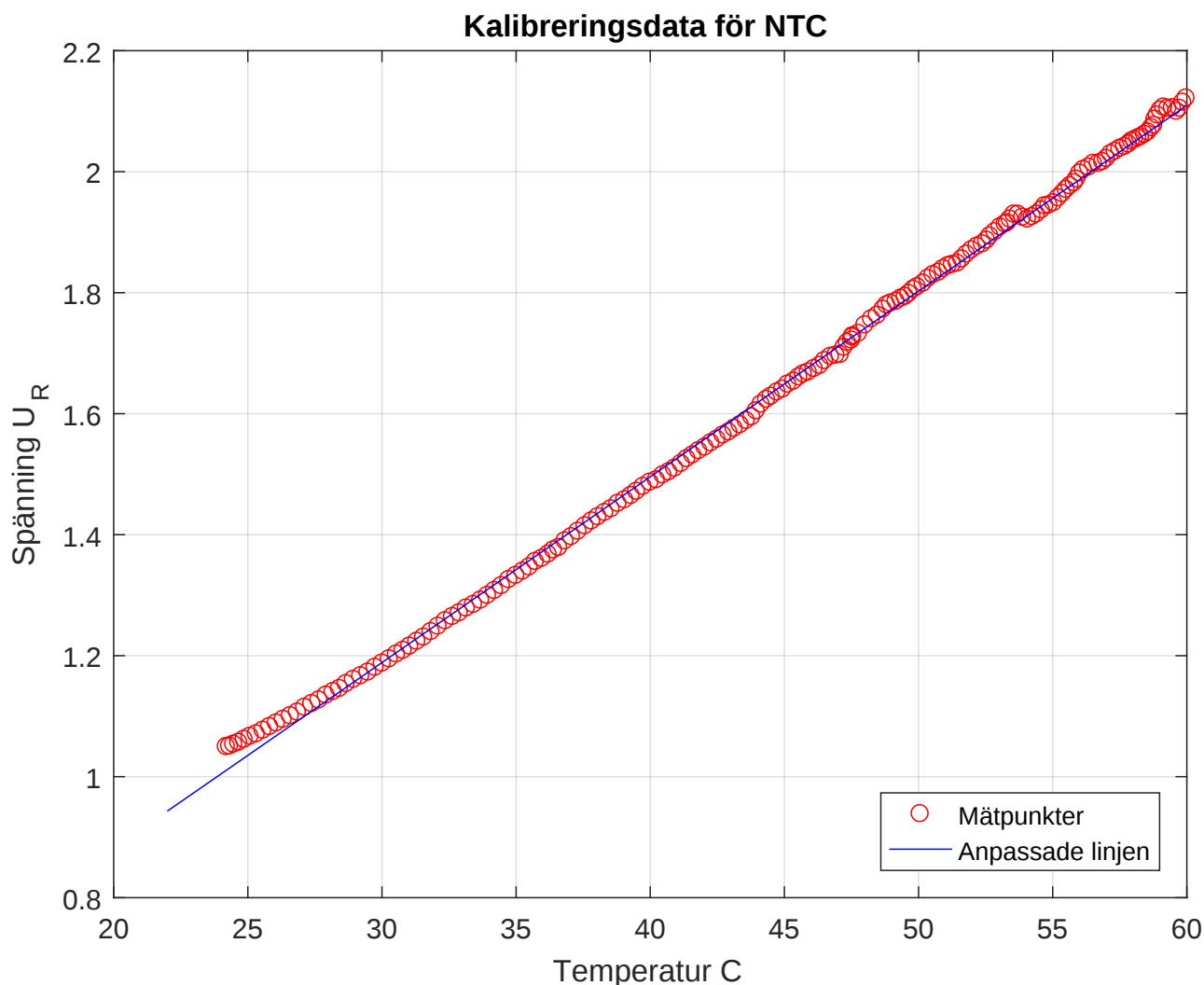
För att bestämma Pt-100 elementets tidskonstant τ , mättes dess resistans R_T i två mätserier bestående av 50 mätpunkter styck: en vid rumstemperatur, och en där elementet fick passivt kyla ner till rumstemperatur från en (godtycklig) högre temperatur. Mätningar togs återigen med 1s tidsintervall. R_T omvandlades till $T^{\circ}\text{C}$ och sparades i en *tabell* för vidare analys.

6 Resultat

I det här kapitlet redovisas alla resultat från mätningarna i föregående section. Källkoden för graferna och tillhörande beräkningar finns i Bilagor.

6.1 Kalibreringsdata för NTC motstånd

Med den uppmätta datan från Pt-100 elementet och NTC termistorn under uppvärmning kan man plotta spänningen U_R som funktion av T . Detta visas i figur 2.

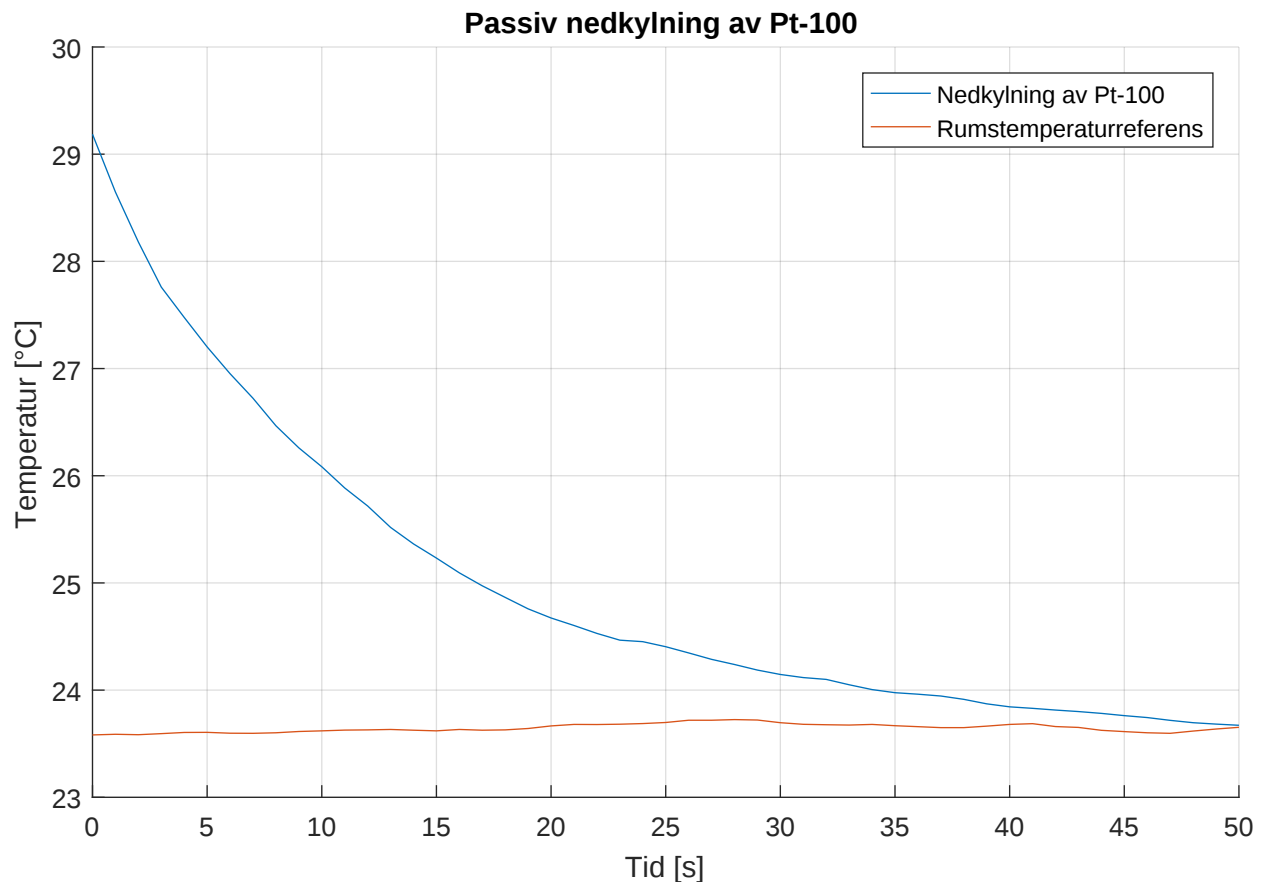


Figur 2: U_R som funktion av T . Anpassade linjen beräknades med Minsta Kvadrat metoden.

Vidare kan man anpassa en rak linje av typen $y = a + bx$ till punkterna. Linjens koefficienter beräknades till $a = 0,2677$ och $b = 0,03070$ med *Minsta Kvadrat* metoden.

6.2 Nedkylning av Pt-100 element

Mätserien av den passiva nedkylningen av Pt-100 elementet samt referensmätningen av rumstemperaturen visas i figur 3



Figur 3: Notera att den blåa kurvan följer en ungefärlig exponentialkurva.

Denna data kommer att analyseras ytterligare i nästa kapitel.

7 Dataanalys av friliggande Pt-100 element

I det här kapitlet skall vi utföra olika statistiska analyser på Pt-100 elementet och bestämma dess tidskonstant τ .

7.1 Medelvärde, standardavvikelse och 95% konfidensintervall för t-fördelning över rumstemperatursmätningar

Följande värden beräknades i MATLAB och relevant källkod hittas i Bilagor.

Medelvärdet för rumstemperaturen beräknades enligt följande ekvation till 23,6460 °C.

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i \quad (4)$$

där N är antalet datapunkter.

Standardavvikelsen skattades till 0,0396 °C enligt följande ekvation.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2} \quad (5)$$

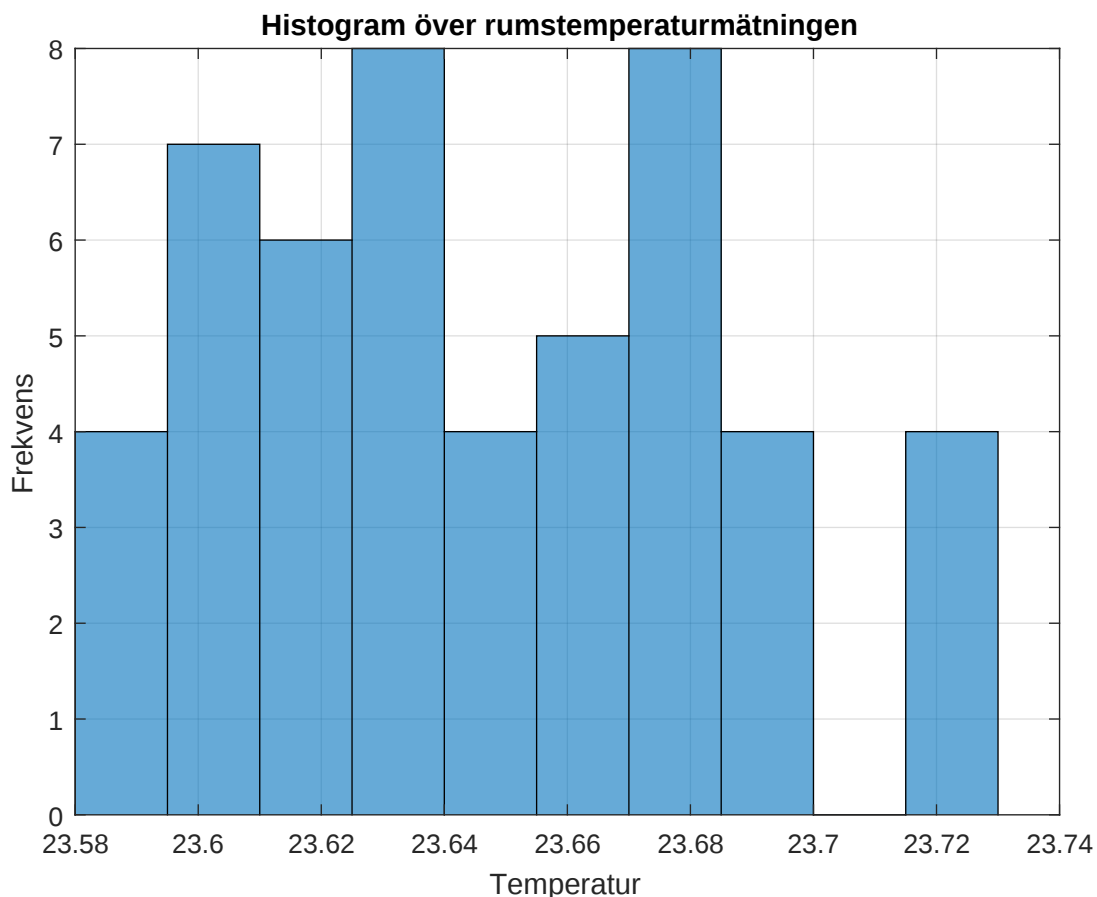
För att hitta 95% (symmetriska) konfidensintervallet krävdes det att man först bestämmer 'degrees of freedom', v . Eftersom 50 datapunkter finns i mätserien så är $v = 49$. Man kan sedan använda en tabell för t -fördelningsvärden för att hitta värdet som motsvarar $v = 49$ med *signifikansnivå* $\alpha = 0,05$. I det här fallet uppstår dock problemet att mätserien är så stor att t -värden inte finns med precision. Man kan därmed antingen välja att se det som en normalfördelning (ty t -fördelning konvergerar mot normalfördelning när $N \rightarrow \infty$) eller interpolera mellan de två närmaste t -värden för att få ett mera approximativt värde. I denna rapport används den sistnämnda metoden och konfidensintervallet beräknades enligt följande

$$95\% \text{ Konfidensintervall} = \bar{x} \pm t_{\alpha/2}(v) \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} \quad (6)$$

$$= 23,6460 \pm 0,0113 \quad (7)$$

7.2 Histogram över rumstemperatursmätningar

Ett histogram skapades i MATLAB för att undersöka fördelningsfunktionen för rumstemperatursmätningarna. Nio intervaller (sk. 'bins') användes och resultatet syns i figur 4.



Figur 4: Histogrammet

Om mätserien är normalfördelat så förväntar man sig att histogrammet, i sig ett sätt att skatta frekvensfunktionen, skall någorlunda följa den klassiska 'normalkurvan', med toppen i mitten av fördelningen och avtagande sidor. Grafen i figur 4 är dock svår att tyda, och även om det allmänna mönstret indikerar att det *skulle* kunna vara normalfördelat, så kan man inte utesluta motsatsen.

7.3 Beräkning av tidskonstant τ för Pt-100 element

Enligt figur 3 i kapitel 6.2 vet vi att nedkylningen av Pt-100 elementet följer en exponentialkurva. Detta innebär att den har två koefficienter som definierar kurvan (om den beskrivs med en enda exponential): C_0 som är startvärdet vid tid $t = 0$ och C_1 som är *inversen* till *tidskonstanten* τ , dvs. $C_1 = \frac{1}{\tau}$. Metoden för beräkning av dessa koefficienter beskrivs i [1, pp. 545-546]. I detta fall finns även en *offset* i form av den rumstemperatur $\bar{T}$ som tidigare har beräknats.

$$f(t) = C_0 e^{C_1 t} + \bar{T} \quad (8)$$

För att kunna anpassa en kurva till en exponentialfunktion måste vi först linjärisera den, genom att ta logaritmen, för att sedan ha möjlighet att använda *minsta kvadrat* metoden för att hitta en rät linje som passar mätpunkterna. Observera att man måste även subtrahera *offset:en*, eftersom användningen av *minsta kvadrat* metoden kräver att man förutsätter egenskaper hos funktionen som anpassas, i det här fallet att det är en exponentialfunktion som där $f(x) \rightarrow 0$ när $t \rightarrow \infty$.

$$\ln(f(t) - \bar{T}) = \ln(C_0) + C_1 t \quad (9)$$

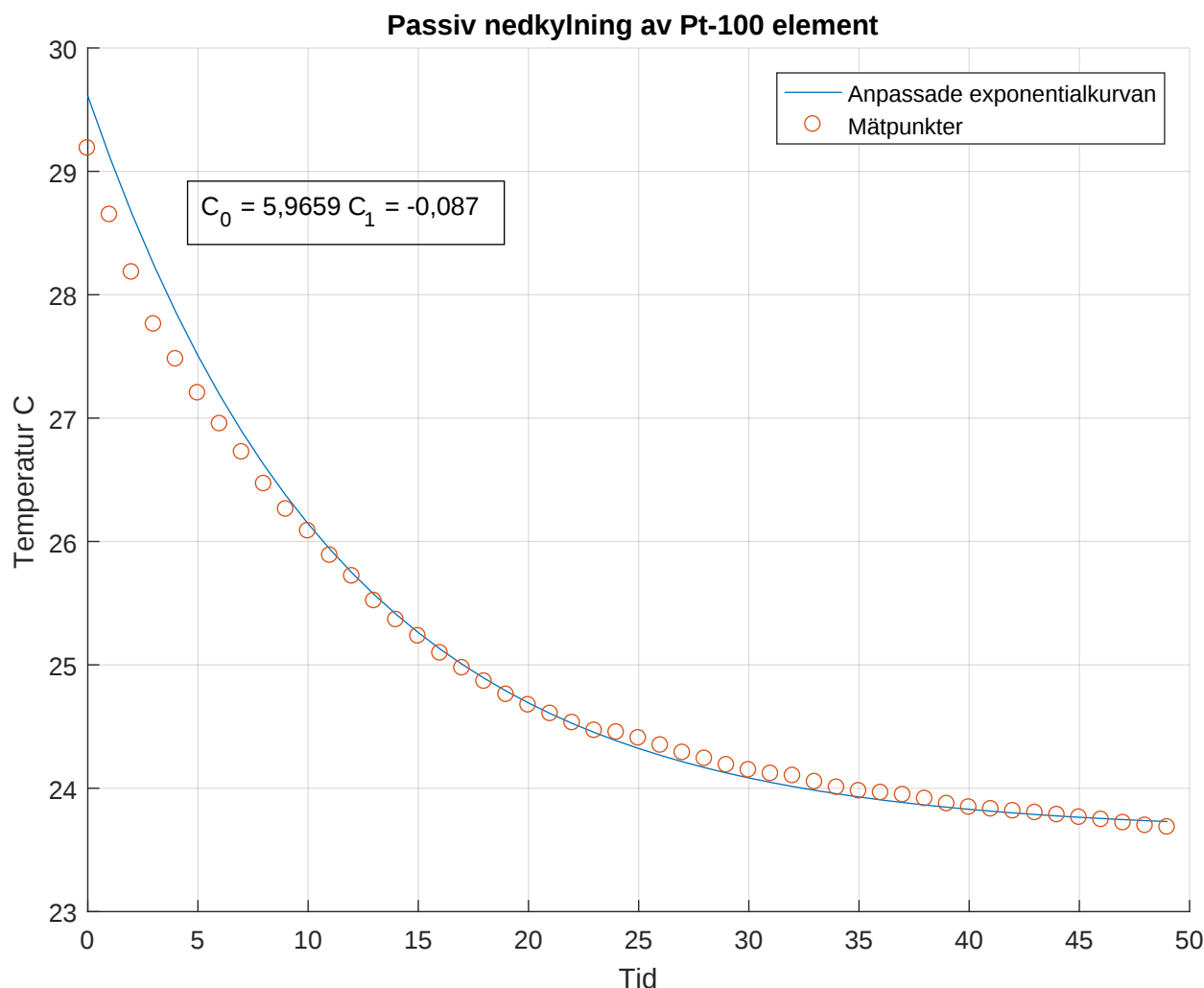
Genom att tillämpa *minsta kvadrat* metoden kan man nu erhålla värden på $\ln(C_0)$ och C_1 precis som med en vanlig polynom. Dessa kan sedan sättas in i ekvation 8 för att erhålla den anpassade kurvan.

Genom att använda en MATLAB implementation av *Least Square* metoden så beräknades koefficienterna till $C_0 = 5,9659$ och $C_1 = -0,0870$.

Detta medför att tidskonstanten $\tau = \frac{1}{C_1} \approx -11.4943$

7.4 Graf för nedkylning av Pt-100

Grafen i figur 5 visar dem faktiska uppmätta temperaturena och den anpassade exponentialkurvan som beräknades i föregående section.



Figur 5: C_0, C_1 är koefficienterna för den anpassade exponentialkurvan (blå).

8 Slutsatser

Kalibreringsdatan för NTC termistorn i kapitel 6 visar på ett mycket linjärt temperaturberoende, vilket gör att de beräknade koefficienterna stämmer bra överens med verkligheten inom intervallet. Detta beror dock i hög grad på valet av extern linjäriseringsresistor R_{lin} , och linjäriteten kan kanske förbättras ytterligare genom att använda ett motstånd som är närmare det teoretiska värdet för R_{lin} .

Histogrammet i kapitel 7.2 avgör inte om mätserien för rumstemperatur är normalfördelat eller inte. Detta kanske kan åtgärdas med fler mätpunkter för att få en bättre spridning, vilket då tillåter fler staplar och en bättre 'upplösning' på grafen. Dock så innebär fler mätpunkter en längre mättid, där *störfaktorer* kan börja inverka (t.ex. att rumstemperaturen ökar i genomsnitt under mättiden).

Least Square metoden som användes i kapitel 7.3 och 7.4 visade sig vara mindre exakt vid tider nära 0, vilket syns tydligt i figur 5. För att erhålla en 'best fit'-kurva med mer exakta koefficienter så används lämpligen *inte* denna metod.

9 Bilagor

I det här kapitlet samlas utförligare beräkningar och källkod. Källkoden som visas här är nedskalad för att bara inkludera det som är viktigt för själva beräkningarna (funktioner för att namnge axlar och dylikt tas bort).

9.1 MATLAB program för U_R som funktion av T samt beräkning av anpassad linje med *Least Square* metoden för NTC motstånd (kap. 6.1)

```
% Redovisning: Kalibreringsdata NTC-motstånd

% Importera tabellen med uppmätta värden
DATA = importdata('1_1Matpunkter_edit_DOT_DECIMAL.txt')
T = DATA(:, 2);
U_R = DATA(:, 3);
% Plotta U_R som funktion av T
plot(T, U_R, 'or')

% Least Square Method för att hitta koefficienterna
% Inför kolumn av 1:or i T
T = [ones(size(T)), T]
% Beräkna pseudoinvers av T
T = pinv(T);
% Multiplicera T med U_R för att erhålla koefficienterna
koeff = T*U_R
% Plotta linjen med beräknade koefficienter
x = 22:60; plot(x, koeff(2)*x + koeff(1), '-b')
```

9.2 MATLAB program för beräkning av *medlevärde, standardavvikelse och konfidensintervall* (kap. 7.1)

```
% Medlevärde, Std. Avv. och konfidensintervall från rumstemperaturmätserie

% Importera data från tabell
DATA2 = importdata('1_2Reference_DOT_DECIMAL.txt');
i = DATA2(:,1);
T_rums = DATA2(:,2);

% Beräkna Medelvärde
Tmean = mean(T_rums)

% Beräkna Std. Avv.
tsum = 0;
for elm = i' + 1
    tsum = tsum + ((T_rums(elm, 1) - Tmean).^2);
end
tsum = sum(tsum);
N = size(T_rums);
N = N(:,1);
sigma = sqrt( tsum / (N - 1) )

% Beräkna 95% konfidensintervall
% t-värde tagen från tabell över t-fördelning
t = 2.01;
% Undre och övre gränserna
konf = [Tmean - t*(sigma / sqrt(N)), Tmean + t*(sigma / sqrt(N))]
```

9.3 MATLAB program för beräkning av Pt-100 '*best fit*' koefficienter med *Least Square* metoden samt ritning av diagram (kap. 7.3 & 7.4)

```
% Anpassning av exponentialkurva

% Importera tabellerna med uppmätta värden
DATA1 = importdata('1_2Cooldown_DOT_DECIMAL.txt');
DATA2 = importdata('1_2Reference_DOT_DECIMAL.txt');
x = DATA1(:,1)';
y = DATA1(:,2)';

%Beräkna medelvärde för rumstemperatur
Tmean = mean(DATA2(:,2));
hold on; grid on;
plot(x, y, 'o')
% Subtrahera rumstemperaturen
y = y - Tmean;

% Beräkna koefficienter med Least Square metoden
% (här används det alternativa beräkningssättet från boken)
coeff = [size(x, 2) sum(x); sum(x) sum(x.^2)] \ [sum(log(y)); sum(x.*log(y))]

c0 = exp(coeff(1))
c1 = coeff(2)

% Skapa den anpassade exponentialkurvan och återinför
% rumstemperaturoffsetten, och plotta.
ylin = c0*exp(c1.*x) + Tmean;
plot(x, ylin)
```

10 Referatlista

[1]L. Bengtsson, Elektriska mätsystem och mätmetoder, 1st ed. Lund: Studentlitteratur, 2012.