

Föreläsning 4: Tvåportar och kretsparametrar

Kapitel 2.3 i Pozar

Senaste föreläsningen

- Smithdiagram
 - Grafisk lösning
 - Direkt konvertering mellan Γ och Z
 - Löser transmissionsledningsekvationerna
 - Mycket använd av mikrovågsingenjörer
- Impedansanpassning
 - Enkelstubbsanpassning
 - Kvartsvågsanpassning
 - Diskret anpassning

Mattias Thorsell

1



Mattias Thorsell

2



Dagens föreläsning

- Teori för analys av elektriska nät
 - Användbar från DC och uppåt
- Tvåportar
 - Matrisrepresentationer
 - Z-, Y-, ABCD-, S-parametrar
 - Transformation mellan tvåportsparametrar

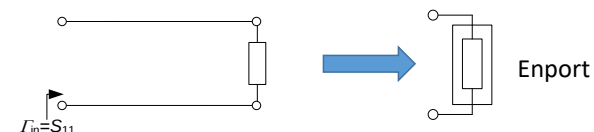
Mattias Thorsell

3

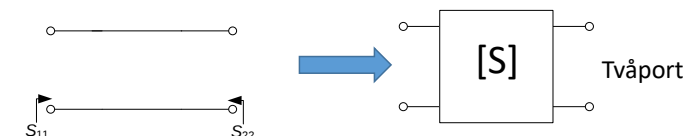


Enport eller tvåport

- Terminerade transmissionsledningar kan beskrivas som enportar



- Ej terminerade transmissionsledningar betraktas som tvåportar



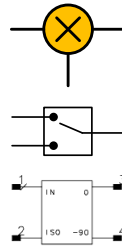
Mattias Thorsell

4



Flerportar

- Kretsar och nät med fler än två portar
 - Blandar
 - Switchar
 - 90° Hybrider / 180° Baluner
 - ...
- Godtyckligt antal portar
- Varje port beskrivs av tillståndsvariabler
 - Portspänning / portström
 - Spänningsvågor
- Tillståndsparmetrarna relateras med matrisekvationer

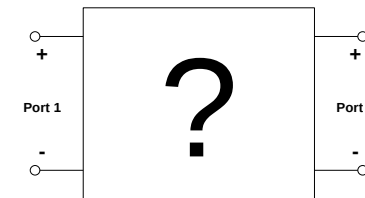


Mattias Thorsell

5

Tvåporten

- Specialfall av flerporten
- Ett godtyckligt elektriskt nät med två portar
- Varje port har två terminaler
 - Positiv och negativ
- Vi räknar inte på högre ordning än tvåportar

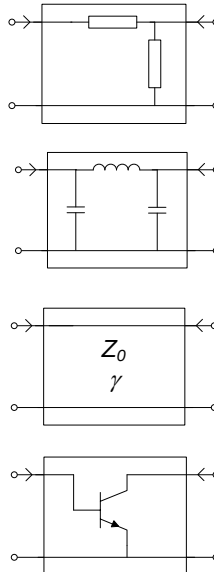


Mattias Thorsell

6

Exempel på tvåportar

- Matchningsnät:
- Filter
- Transmissionsledning
- Aktivt element (transistor)

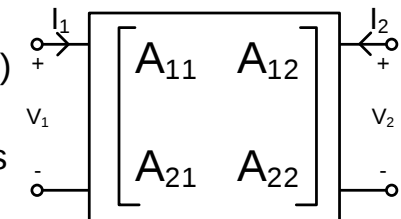


Mattias Thorsell

7

Ström/spänningsparametrar

- Tillståndsparmetrar
 - Strömmen in i porten (I_1, I_2)
 - Portspänningen (V_1, V_2)
 - Utgör stimulus och respons
- Fyra olika ström/spänningsparametrar används
 - Impedans (Z)
 - Admittans (Y)
 - Kaskad (ABCD)
 - Hybrid (H)

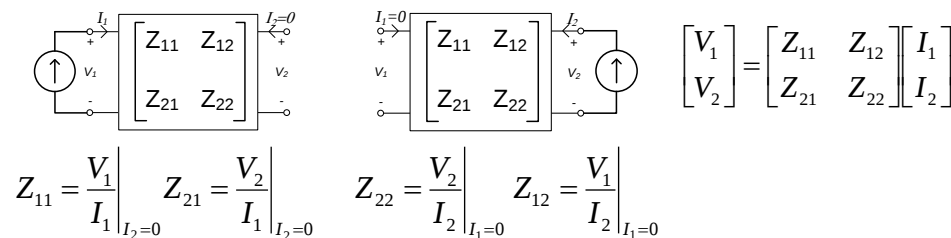


Mattias Thorsell

8

Impedansparametrar (Z)

- Stimulus: Ström $\mathbf{I} = [I_1, I_2]$
- Respons: Spänning $\mathbf{V} = [V_1, V_2]$
- Z_{11} och Z_{22} är in- och utimpedans när motsatt port är öppen
- Z_{12} och Z_{21} är transimpedanser

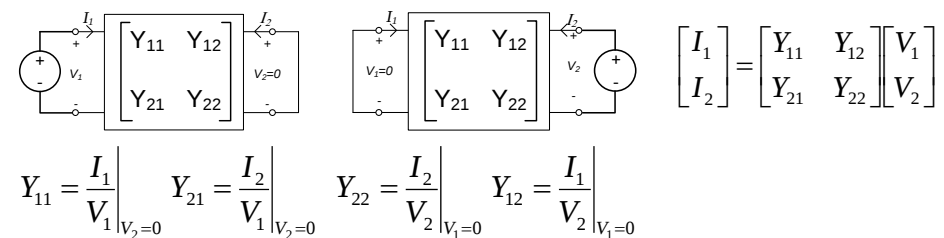


Mattias Thorsell

9

Admittansparametrar (Y)

- Stimulus: Spänning $\mathbf{V} = [V_1, V_2]$
- Respons: Ström $\mathbf{I} = [I_1, I_2]$
- Y_{11} och Y_{22} är in- och utadmittans när motsatt port är kortsluten
- Y_{12} och Y_{21} är transadmittanser

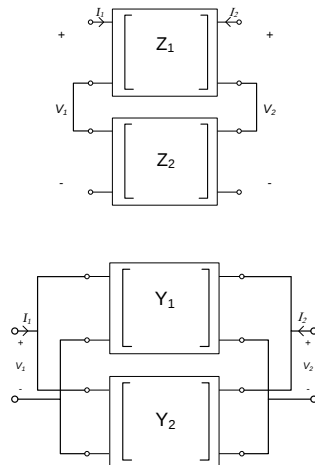


Mattias Thorsell

10

Serie och parallellkoppling

- Impedansparametrar $[\mathbf{Z}]$ används vid seriekoppling av tvåportar
 $Z = Z_1 + Z_2$
- Admittansparametrar $[\mathbf{Y}]$ används vid parallellkoppling av tvåportar
 $Y = Y_1 + Y_2$



Mattias Thorsell

11

Reciprok och förlustfri

- Reciprok två-port
 - $[\mathbf{Z}]$ och $[\mathbf{Y}]$ är symmetriska
 - $Z_{12}=Z_{21}$, $Y_{12}=Y_{21}$
- Förlustfri två-port
 - $[\mathbf{Z}]$ och $[\mathbf{Y}]$ rent imaginära
- Reciprok innebär inte att kretsen är symmetrisk

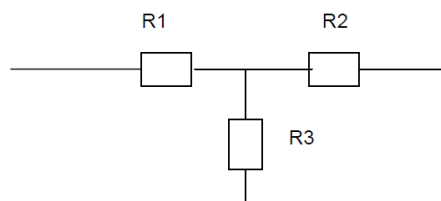
Mattias Thorsell

12

Övning

1. För T nätet i figuren gäller:

$$R1 = 10 \, \Omega \quad R2 = 60 \, \Omega \quad R3 = 40 \, \Omega$$

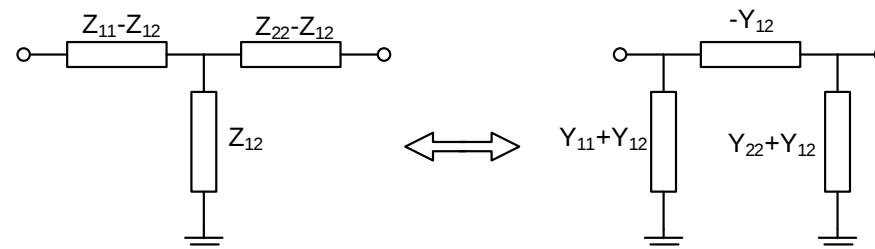


- Beräkna tomgångs- och kortslutningsimpedans sett från vänstersidan.
- Beräkna tomgångs- och kortslutningsimpedans sett från högersidan.
- Bestäm Z-parametrarna för tvåporten.
- Bestäm Y-parametrarna för tvåporten.
- Beräkna resistanserna för fyropolens ekvivalenta π -länk.

Mattias Thorsell

13

Ekvivalenta nät för [Z] och [Y]



- T-nät ges direkt av Impedansmatrisen
- Pi-nät ges direkt av Admittansmatrisen
- Z och Y är inversen av varandra,
– $[Z]=[Y]^{-1}$ och $[Y]=[Z]^{-1}$

Mattias Thorsell

14

Kaskadparametrar (ABCD)

- Stimulus: Tillstånd på utgången $[V_2, I_2]$
- Respons: Tillstånd på ingången $[V_1, I_1]$
- A och D motsvarar förstärkning
- B och C har dimensionerna impedans respektive admittans

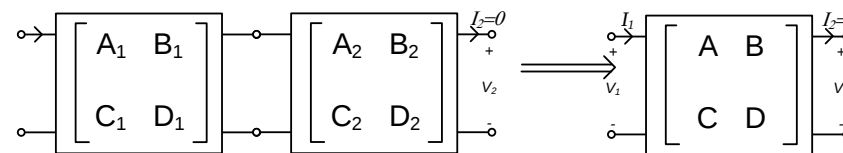
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad B = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0} \quad D = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

Mattias Thorsell

15

Multiplikation av kaskadmatriiser



- Vid sammankoppling av två eller flera tvåportar fås kaskadmatriisen för den resulterande tvåporten genom multiplikation av kaskadmatriiserna för de ingående tvåportarna

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

Mattias Thorsell

16

Kaskadparametrar

Krets	Kaskadparametrar	
	$A=1$	$B=Z$
	$C=Y$	$D=1$
	$A=\cos \beta l$	$B=jZ_0 \sin \beta l$
	$C=jY_0 \sin \beta l$	$D=\cos \beta l$
	$A=N$	$B=0$
	$C=0$	$D=\frac{1}{N}$
	$A=1+\frac{Y_2}{Y_3}$	$B=\frac{1}{Y_3}$
	$C=Y_1+Y_2+\frac{Y_1 Y_2}{Y_3}$	$D=1+\frac{Y_1}{Y_3}$
	$A=1+\frac{Z_2}{Z_3}$	$B=Y_1+Y_2+\frac{Z_2}{Z_3}$
	$C=\frac{1}{Z_3}$	$D=1+\frac{Z_1}{Z_3}$

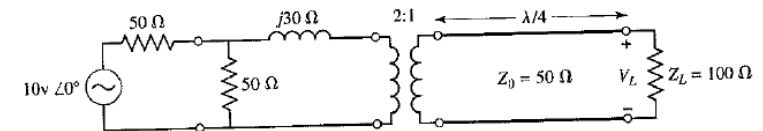
Mattias Thorsell

17

Övning

- Löser Pozar 2.20 på tavlan

2.20 Use ABCD matrices to find the voltage V_L across the load resistor in the circuit shown below.



Mattias Thorsell

18

Hybridparametrar (H)

- Stimulus: $[I_1, V_2]$
- Respos: $[V_1, I_2]$
- H_{11} och H_{22} är inimpedans och utadmittans
- H_{12} och H_{21} är spänning-, ström-förstärkning
- $\beta = H_{21}$ för bipolära transistorer

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$H_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad H_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad H_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad H_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

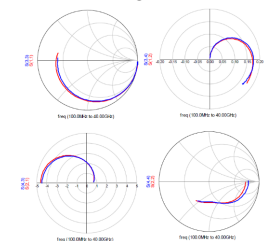
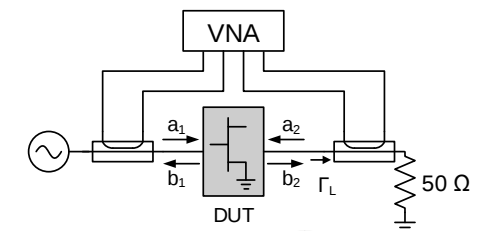
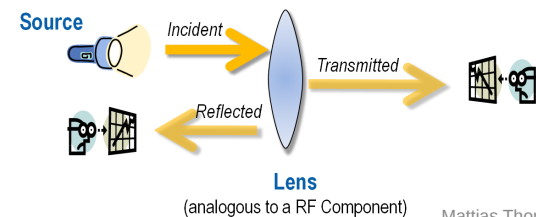
Mattias Thorsell

19

Spridningsparametrar

- Tillståndsp parametrar
 - Inkommande vågor (V_1^+, V_2^+)
 - Reflektade/transmitterade vågor (V_1^-, V_2^-)
 - Utgör stimulus och respons
- Spridningsparametrar har en optisk analogi

Incident (constant) = Transmitted + Reflected



Mattias Thorsell

20

Spridningsparametrar (S)

- Stimulus: Inkommande vågor $[V_1^+, V_2^+]$
- Respons: Utgående vågor $[V_1^-, V_2^-]$
- S_{11} och S_{22} är in- och utgångsreflektionsfaktor
- S_{12} och S_{21} är transmissionen
- För en passiv tvåport så gäller $S_{12}=S_{21}$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix}$$

$$S_{11} = \left. \frac{V_1^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+=0} \quad S_{21} = \left. \frac{V_2^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+=0} \quad S_{12} = \left. \frac{V_1^-}{V_2^+} \right|_{V_1^+=0} \quad S_{22} = \left. \frac{V_2^-}{V_2^+} \right|_{V_1^+=0}$$

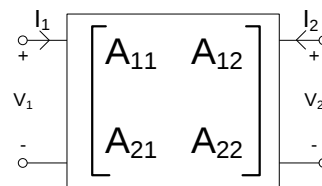
Mattias Thorsell

21

Tvåportsparametrar

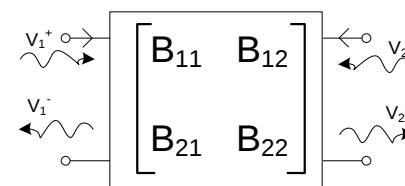
Ström/spännings parametrar

- Tillståndsparmetrar: ström/spänning $\{V_1, V_2, I_1, I_2\}$
- Impedansparametrar $Z_{ij} = \left. \frac{V_i}{I_j} \right|_{I_{k,k \neq j}=0}$



Vågparametrar

- Tillståndsparmetrar infallande/utgående vågor $\{V_1^+, V_2^+, V_1^-, V_2^-\}$
- Spridningsparametrar $S_{ij} = \left. \frac{V_i^-}{V_j^+} \right|_{V_{k,k \neq j}=0}$



Vid mikrovågsfrekvenser är ström-spänning svårt att mäta, därför mäts istället spridningsparametrar, vars amplitud och fas kan mätas med en så kallad nätverksanalysator

Mattias Thorsell

22

Konverteringsformler

$$[Z] = [Y]^{-1}$$

$$[Y] = [Z]^{-1}$$

$$[S] = ([Z] + [U])^{-1}([Z] - [U])$$

$$[Z] = ([U] - [S])^{-1}([U] + [S])$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \\ 1 & Z_{22} \\ Z_{21} & Z_{21} \end{bmatrix}$$

Mattias Thorsell

23

Table 1: Relations between different twoport parameters.

	Z	Y	T	H	S
Z	$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}} \\ \frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}} & \frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{A}{C} & \frac{AD-BC}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{H_{11}H_{22}-H_{12}H_{21}}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ \frac{-H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{11} = \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ Z_{12} = \frac{2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ Z_{21} = \frac{2S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ Z_{22} = \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \end{bmatrix}$
Y	$\begin{bmatrix} \frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}} & \frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}} & \frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{D}{B} & \frac{-AD-BC}{B} \\ \frac{-1}{B} & \frac{A}{B} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{H_{11}} & \frac{-H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{H_{11}H_{22}-H_{12}H_{21}}{H_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{11} = \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ Y_{12} = \frac{-2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ Y_{21} = \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ Y_{22} = \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \end{bmatrix}$
T	$\begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}} \\ \frac{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{-H_{11}H_{22}-H_{12}H_{21}}{H_{21}} & \frac{-H_{22}}{H_{21}} \\ \frac{-H_{22}}{H_{21}} & \frac{-1}{H_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} T_{11} = \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{12} = \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{21} = \frac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{22} = \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \end{bmatrix}$
H	$\begin{bmatrix} \frac{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}{Y_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{B}{D} & \frac{AD-BC}{D} \\ \frac{-1}{D} & \frac{C}{D} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} H_{11} = \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ H_{12} = \frac{2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ H_{21} = \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \\ H_{22} = \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}} \end{bmatrix}$
S	$\begin{bmatrix} S_{11} = \frac{(Z_{11}-1)(Z_{22}+1)-Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11}+1)(Z_{22}+1)-Z_{12}Z_{21}} \\ S_{12} = \frac{2Z_{12}}{(Z_{11}+1)(Z_{22}+1)-Z_{12}Z_{21}} \\ S_{21} = \frac{2Z_{21}}{(Z_{11}+1)(Z_{22}+1)-Z_{12}Z_{21}} \\ S_{22} = \frac{(Z_{11}+1)(Z_{22}+1)-Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11}+1)(Z_{22}+1)-Z_{12}Z_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} S_{11} = \frac{(1-Y_{11})(1+Y_{22})+Y_{12}Y_{21}}{(1+Y_{11})(1+Y_{22})-Y_{12}Y_{21}} \\ S_{12} = \frac{2Y_{12}}{(1+Y_{11})(1+Y_{22})-Y_{12}Y_{21}} \\ S_{21} = \frac{(1+Y_{11})(1+Y_{22})-Y_{12}Y_{21}}{(1+Y_{11})(1+Y_{22})-Y_{12}Y_{21}} \\ S_{22} = \frac{(1+Y_{11})(1+Y_{22})+Y_{12}Y_{21}}{(1+Y_{11})(1+Y_{22})-Y_{12}Y_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} S_{11} = \frac{A+B-C-D}{2(AD-BC)} \\ S_{12} = \frac{A+B+C+D}{2(AD-BC)} \\ S_{21} = \frac{A+B+C+D}{2(AD-BC)} \\ S_{22} = \frac{-A+B+C+D}{2(AD-BC)} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} S_{11} = \frac{(H_{11}-1)(H_{22}+1)-H_{12}H_{21}}{(H_{11}+1)(H_{22}+1)-H_{12}H_{21}} \\ S_{12} = \frac{2H_{12}}{(H_{11}+1)(H_{22}+1)-H_{12}H_{21}} \\ S_{21} = \frac{(H_{11}+1)(H_{22}+1)-H_{12}H_{21}}{(H_{11}+1)(H_{22}+1)-H_{12}H_{21}} \\ S_{22} = \frac{(H_{11}+1)(H_{22}+1)+H_{12}H_{21}}{(H_{11}+1)(H_{22}+1)-H_{12}H_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$

All elements are normalized to characteristic impedance $Z_0 = 1$

Mattias Thorsell

24

Sammanfattning tvåportar

- Godtyckligt elektriskt nät
- Beskrivs av tvåportsparametrar
- Respons/stimuli kan vara ström och spänning eller vågor
- Tvåportar är specialfall av multiportar
- Olika tvåportsparametrar
 - För ström/spänning: Z, Y, ABCD
 - För vågor: S-parametrar