

# Konverteringsformler

$$[Z] = [Y]^{-1}$$

$$[Y] = [Z]^{-1}$$

$$[S] = ([Z] + [U])^{-1} ([Z] - [U])$$

$$[Z] = ([U] - [S])^{-1} ([U] + [S])$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \\ 1 & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix}$$

Table 1: Relations between different twoport parameters.

|   | Z                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Y                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | T                                                                                                                                                                                                            | H                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | S                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Z | $\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} \\ \frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} & \frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} \end{matrix}$                                                                                                                                                          | $\begin{matrix} \frac{A}{C} & \frac{AD - BC}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{matrix}$                                                                                                                   | $\begin{matrix} \frac{H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ \frac{-H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                               | $\begin{matrix} Z_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{12} = \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{21} = \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Z_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \end{matrix}$   |
| Y | $\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} & \frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} & \frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}} \end{matrix}$                                                                                                                                                         | $\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | $\begin{matrix} \frac{D}{B} & \frac{-AD - BC}{B} \\ \frac{-1}{B} & \frac{A}{B} \end{matrix}$                                                                                                                 | $\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}} & \frac{-H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{11}} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                               | $\begin{matrix} Y_{11} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Y_{12} = \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Y_{21} = \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ Y_{22} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}} \end{matrix}$ |
| T | $\begin{matrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                               | $\begin{matrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{21}} \\ \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                             | $\begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix}$                                                                                                                                                                 | $\begin{matrix} \frac{-H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}}{H_{21}} & \frac{-H_{22}}{H_{21}} \\ \frac{-H_{22}}{H_{21}} & \frac{-1}{H_{21}} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                            | $\begin{matrix} T_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{12} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{21} = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ T_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \end{matrix}$                                                                   |
| H | $\begin{matrix} \frac{Z_{11}Z_{11} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                              | $\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{11}} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                               | $\begin{matrix} \frac{B}{D} & \frac{AD - BC}{D} \\ \frac{-1}{D} & \frac{C}{D} \end{matrix}$                                                                                                                  | $\begin{matrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | $\begin{matrix} H_{11} = \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{12} = \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{21} = \frac{-2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \\ H_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \end{matrix}$  |
| S | $\begin{matrix} S_{11} = \frac{(Z_{11} - 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{12} = \frac{2Z_{12}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{21} = \frac{2Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \\ S_{22} = \frac{(Z_{11} + 1)(Z_{22} - 1) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + 1)(Z_{22} + 1) - Z_{12}Z_{21}} \end{matrix}$ | $\begin{matrix} S_{11} = \frac{(1 - Y_{11})(1 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{12} = \frac{2Y_{12}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{21} = \frac{-2Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \\ S_{22} = \frac{(1 + Y_{11})(1 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}} \end{matrix}$ | $\begin{matrix} S_{11} = \frac{A + B - C - D}{A + B + C + D} \\ S_{12} = \frac{2(AD - BC)}{A + B + C + D} \\ S_{21} = \frac{2}{A + B + C + D} \\ S_{22} = \frac{-A + B - C + D}{A + B + C + D} \end{matrix}$ | $\begin{matrix} S_{11} = \frac{(H_{11} - 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{12} = \frac{2H_{12}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{21} = \frac{-2H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \\ S_{22} = \frac{(H_{11} + 1)(H_{22} - 1) + H_{12}H_{21}}{(H_{11} + 1)(H_{22} + 1) - H_{12}H_{21}} \end{matrix}$ | $\begin{matrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

All elements are normalized to characteristic impedance  $Z_0 = 1$

# Sammanfattning tvåportar

- Godtyckligt elektriskt nät
- Beskrivs av tvåportsparametrar
- Respons/stimuli kan vara ström och spänning eller vågor
- Tvåportar är specialfall av multiportar
- Olika tvåportsparametrar
  - För ström/spänning: Z, Y, ABCD
  - För vågor: S-parametrar

# **Föreläsning 5**

## **Reflektionskoefficienter och förstärkningsuttryck**

Kapitel 6.2 i Pozar

# Senaste föreläsningen

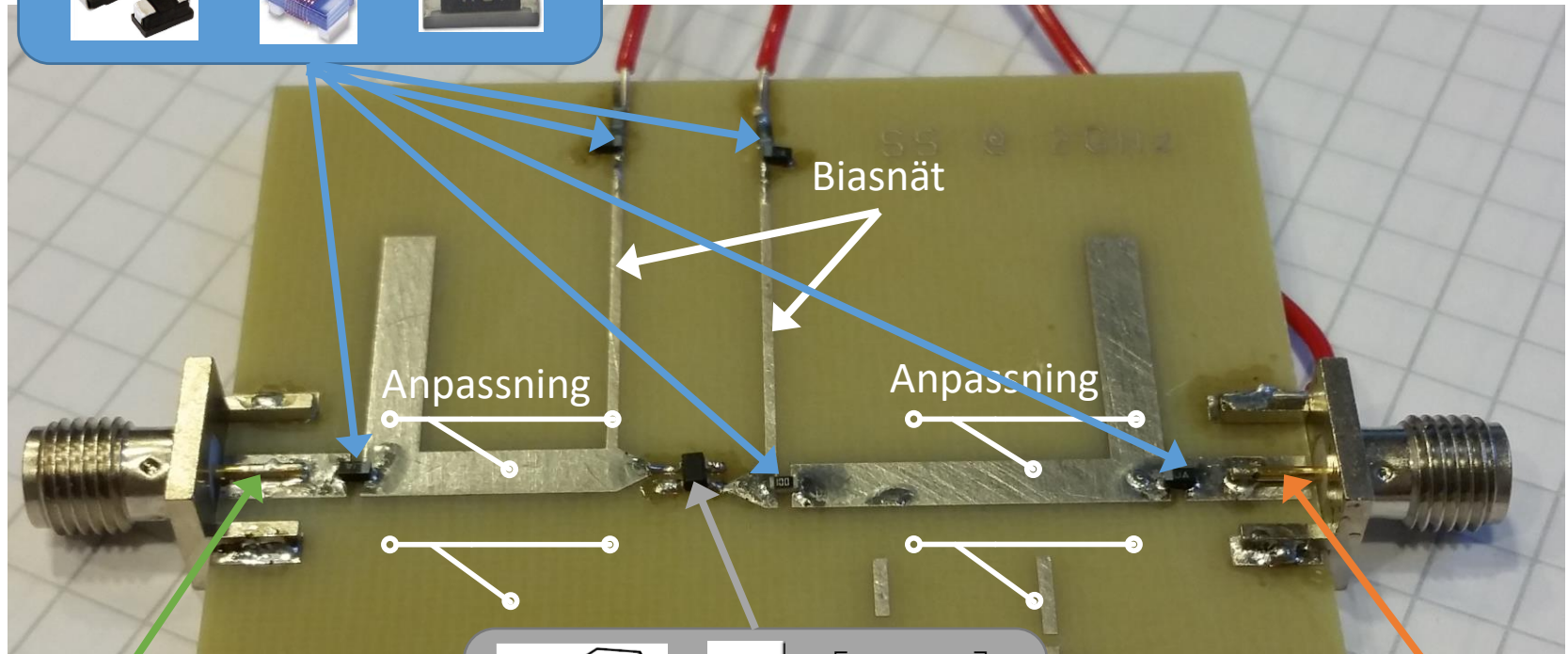
- En elektrisk krets med två portar kan beskrivas med  $2 \times 2$  matriser (tvåportsparametrar)
- Relationen mellan ström/spänning på ingång/utgång beskrivs av Z-, Y-, ABCD-, H-parametrar
- Relationen mellan infallande och reflekterade vågor beskrivs av S-parametrar

# Dagens föreläsning

- Introduktion till förstärkardesign
- Förstärkningsuttryck
- Skillnaden mellan  $G_{(P)}$ ,  $G_T$ , och  $G_A$

# Förstärkar design

Ytmonterade komponenter

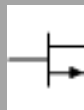
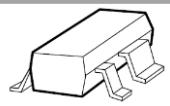


Biasnät

Anpassning

Anpassning

Inkommande signal  
Ineffekt:  $P_{in}$

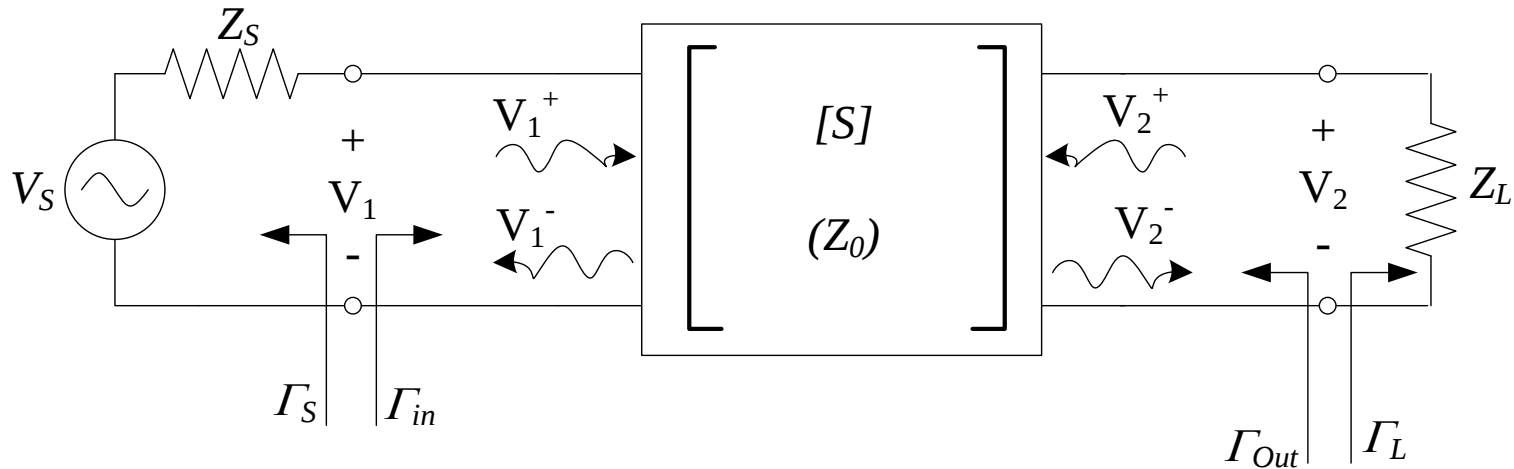


$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

Ytmonterad transistor

Förstärkt signal  
Uteffekt:  $P_{ut}$

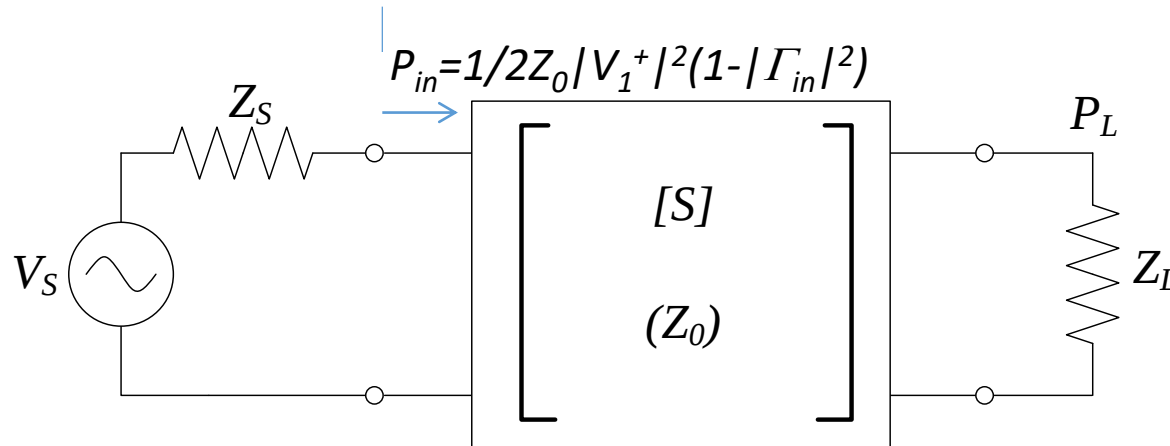
# Reflektionskoefficienter



- Ingångsreflektion: 
$$\Gamma_{in} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \equiv \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \quad (6.6a)$$
- Utgångsreflektion: 
$$\Gamma_{ut} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \equiv \frac{Z_{ut} - Z_0}{Z_{ut} + Z_0} \quad (6.6b)$$

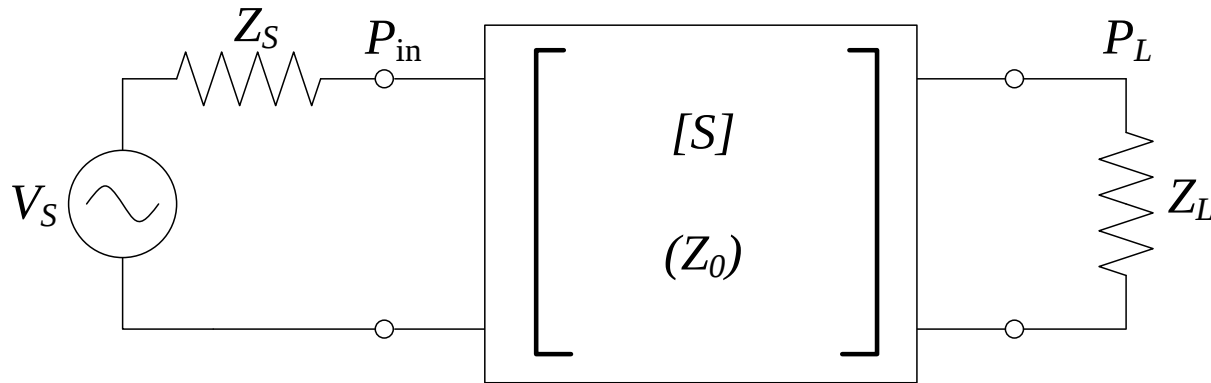
Reflektionskoefficienterna härleds på tavlan

# Effektförstärkning



- Effektförstärkningen är kvoten av effekt på utgången och effekt på ingången
- Olika definitioner
  - Effektförstärkning (Power gain,  $G$ )
  - Tillgänglig förstärkning (Available gain,  $G_A$ )
  - Transducer power gain ( $G_T$ ):

# Effektförstärkningen $G$



$$G = \frac{P_L}{P_{in}}$$

- Effektförstärkning (Power gain,  $G$ )
- Förhållande mellan effekt levererad till lasten och effekt levererad in i tvåporten

$$G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22} \Gamma_L|^2}$$

- Oberoende av  $Z_S$ !

# Ineffekt, uteffekt och effektförstärkning

Ineffekt

$$P_{in} = \frac{V_s^2}{8Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_{in}\Gamma_s|^2} (1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (6.8)$$

Lasteffekt  
(Uteffekt)

$$P_L = \frac{V_s^2}{8Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2 |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_L S_{22}|^2 |1 - \Gamma_{in}\Gamma_s|^2} \quad (6.10)$$

Effekt-  
förstärkning

$$G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (6.11)$$

# Tillgänglig effekt, $P_{AVS}$ och $P_{AVN}$

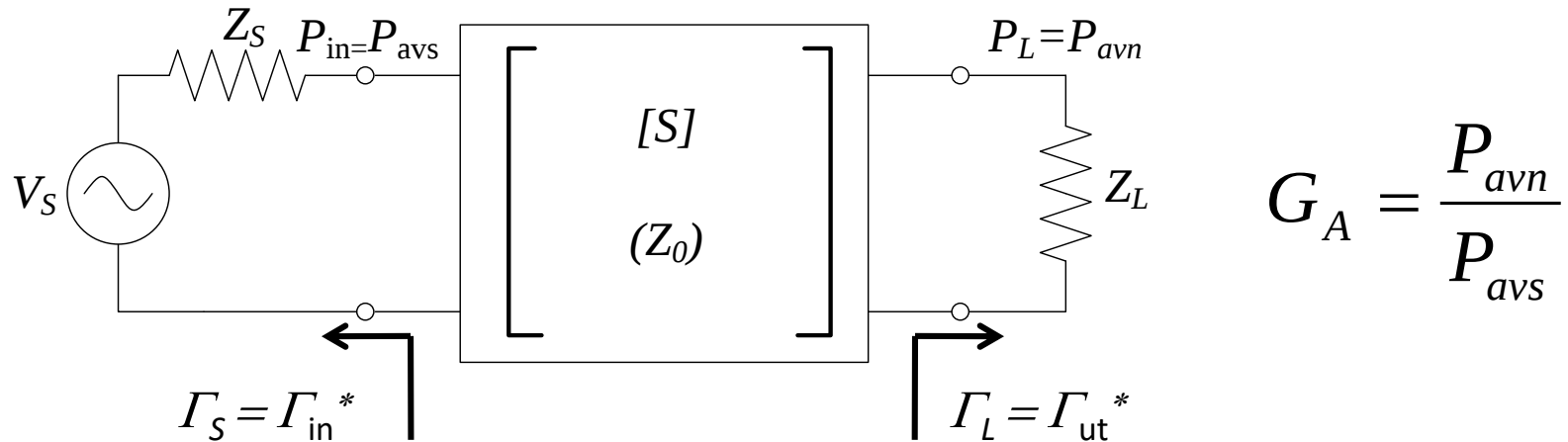
- Maximal effektleverans från källan erhålls då ingången konjugatanpassas mot källimpedansen
  - $P_{avs}$  (Power available from source)

$$P_{avs} = P_{in} \Big|_{\Gamma_{in}=\Gamma_S^*} = \frac{V_S}{8Z_0} \frac{|1-\Gamma_S|^2}{1-|\Gamma_S|^2} \quad (6.12)$$

- Maximal uteffekt fås då utgången konjugatanpassas mot lastimpedansen
  - $P_{avn}$  (Power available from network)

$$P_{avn} = P_L \Big|_{\Gamma_L=\Gamma_{out}^*} = \frac{V_S}{8Z_0} \frac{|S_{21}|^2 |1-\Gamma_S|^2}{|1-S_{11}\Gamma_S|^2 (1-|\Gamma_{out}|^2)} \quad (6.14)$$

# Tillgänglig förstärkning, $G_A$

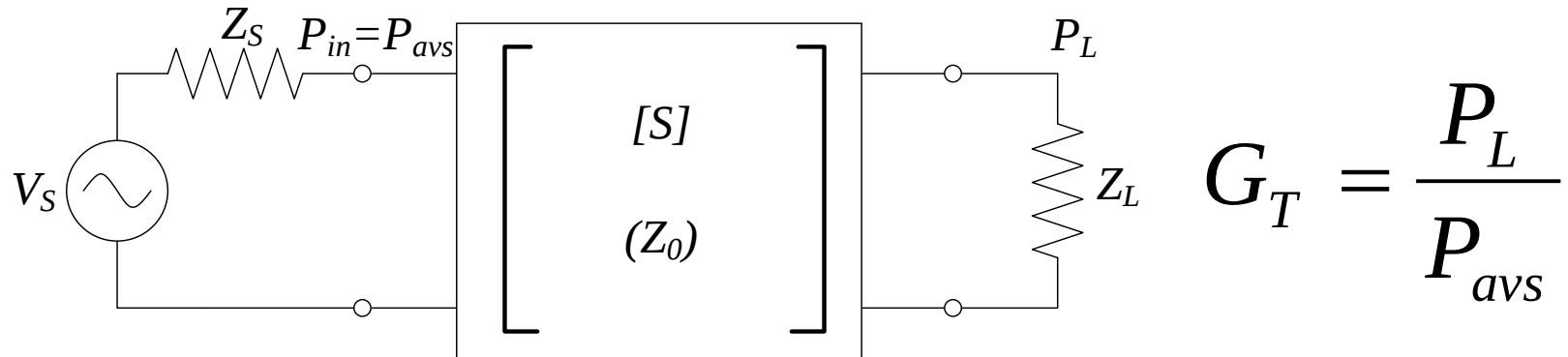


- Tillgänglig förstärkning (Available gain,  $G_A$ )
- Kvoten mellan tillgänglig effekt från tvåporten och tillgänglig effekt från källan

$$G_A = \frac{P_{avn}}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)}$$

- Beror på  $Z_S$  men inte  $Z_L$

# Transducer gain, $G_T$



- Transducer power gain ( $G_T$ )
- Kvoten mellan effekt levererad till lasten och effekt tillgänglig från källan

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22} \Gamma_L|^2}$$

- Beror på  $Z_S$  och  $Z_L$
- Vanligaste förstärkningsuttrycket
  - Maximering av  $G_T \Rightarrow$  Maximering av levererad effekt till last

# Sammanfattning förstärkning

- Effektförstärkning  $G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$

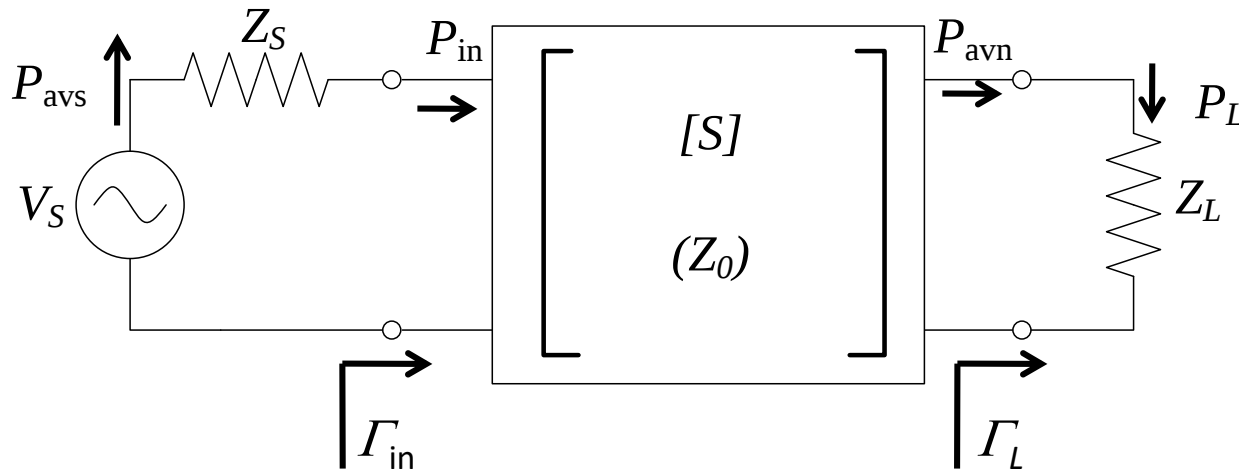
- In- och utgång konjugatanpassade ger

$$G_A = \frac{P_{avn}}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)} \quad (6.15)$$

- Konjugatanpassad ingång ger

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S\Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (6.16)$$

# Förhållande mellan $G$ , $G_A$ , $G_T$



- $P_{in} \leq P_{avs}$  och  $P_L \leq P_{avn}$
- $G_T \leq G$  ty  $G = P_L/P_{in}$  och  $G_T = P_L/P_{avn}$
- $G_T \leq G_A$  ty  $G_T = P_L/P_{avn}$  och  $G_A = P_{avn}/P_{avs}$

# Varför olika Gain?

- Available gain ( $G_A$ ): Lågbrusförstärkare
  - Påverkas av ingångsanpassning, oavsett hur utgång är anpassad
- Power gain ( $G_{(P)}$ ): Effektförstärkare
  - Påverkas av utgångsanpassning, oavsett hur ingång är anpassad
- Transducer gain ( $G_T$ ): Max-gain förstärkare
  - Anpassning av både ingång och utgång

# Noll reflektion: $\Gamma_L = \Gamma_s = 0$

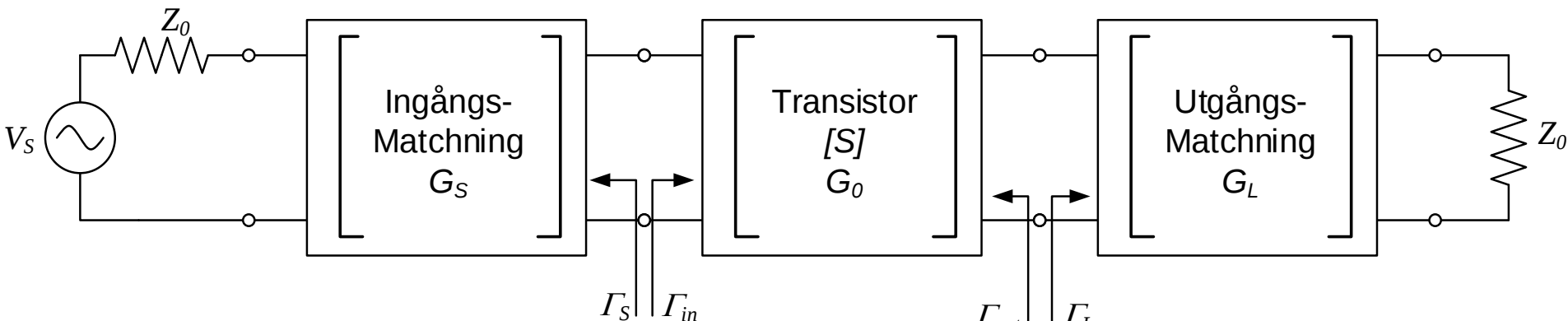
- Förstärkningen blir då

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_s|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_s \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22} \Gamma_L|^2} = \underline{\underline{|S_{21}|^2}}$$

- $S_{21}$  anger transistorens "egenförstärkning"
  - Förstärkning i ett  $50\Omega$  system utan matchningsnät
  - Kan utläsas ur transistorens datablad
  - Högre förstärkning uppnås genom matchning

# Betraktelse av en förstärkare

- En förstärkare är sammansättningen av
  1. Transistor med biaseringsnät (stabilisering)
  2. Anpassningsnät för ingång och utgång



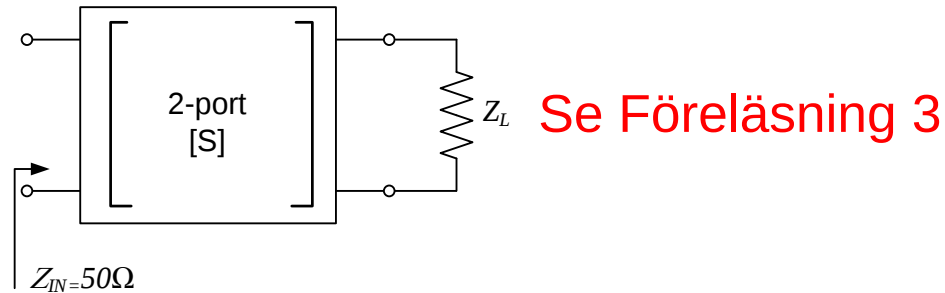
$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2} |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2} = G_S G_0 G_L$$

# Förstärkardesign

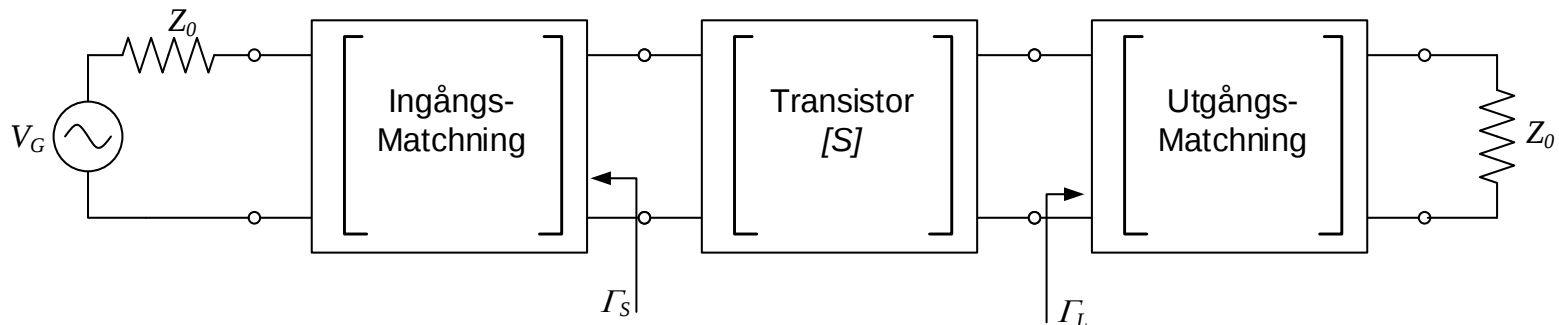
- Välj en arbetspunkt ( $V_{gg}$ ,  $V_{dd}$ )
  - Beroende av tillämpning
- Designa biaseringsnät
- Kontrollera stabilitet och stabilisera
- Designa anpassningsnät för transistorn
  - Ingångsnät viktigast för LNA
  - Utgångsnät viktigast för PA

# Två fall av anpassning

- Anpassa  $Z_L$  till  $Z_0$  ( $50\Omega$ )

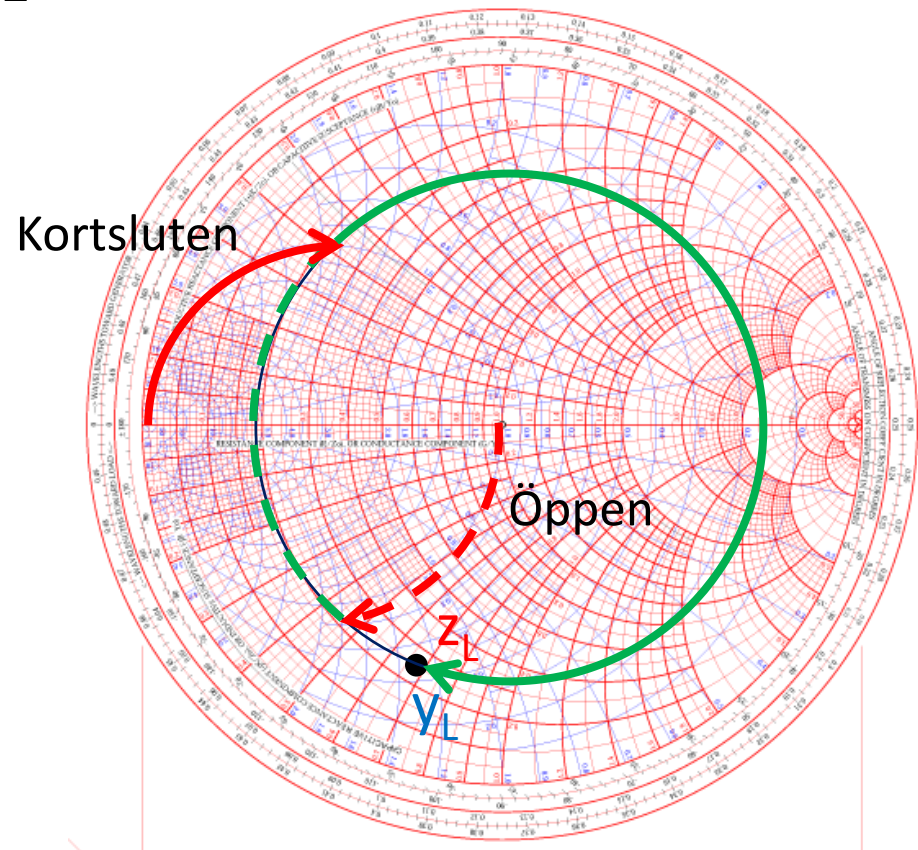


- Anpassa  $Z_0$  ( $50\Omega$ ) till önskad  $Z_S/Z_L$



# Anpassa $Z_0$ ( $50\Omega$ ) till $Z_L$

- Markera  $z_L$  ( $y_L$ ) eller  $\Gamma_L$
- Rita cirkel med  $|\Gamma_L|$
- Skärningspunkterna med  $g=1$  cirkeln ger lösning för kortsluten / öppen stubbe
- Roter från skärningspunkt mot generatoren till  $z_L$  för ledningslängden



# Övning

- Problem 1 i Förstärkaranpassningar
  - Belyser att vi kan räkna på en förstärkare enbart utgående från transistorns S-parametrar utan att beakta transistorns "fysik"

1. En mikrovågstransistor har följande S-parametrar uppmätta i ett 50 - ohmsystem:

$$S_{11} = 0,55 \angle -125^\circ$$

$$S_{12} = 0$$

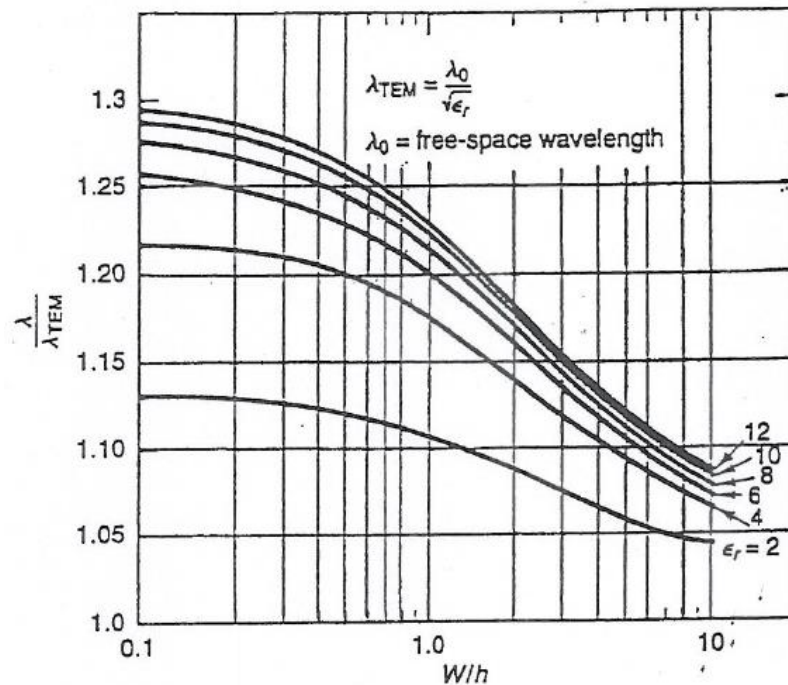
$$S_{21} = 3,80 \angle 150^\circ$$

$$S_{22} = 0,75 \angle -55^\circ$$

Parametervärdena gäller för frekvensen 3,0 GHz. Designa stubbanpassningen enligt fritt val på utgångssidan om konjugatanpassning vid 3,0 GHz skall gälla. Substratmaterialet (tjocklek 1,6 mm) har det relativa dielektricitetsstalet  $\epsilon_r = 4,0$ . Stubbarnas och huvudledningens karakteristiska impedanser är 50 ohm. Mått bör anges i mm. Noggrannheten i måttbestämningen behöver ej vara större än att diagramavläsning kan utnyttjas.

# $\lambda$ och $Z_c$ på PCB

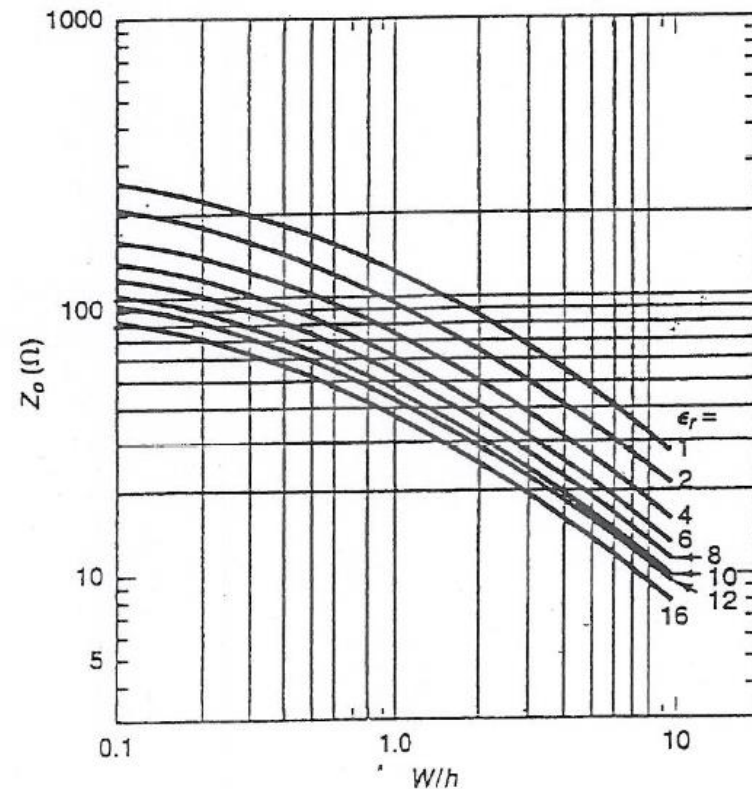
Våglängd



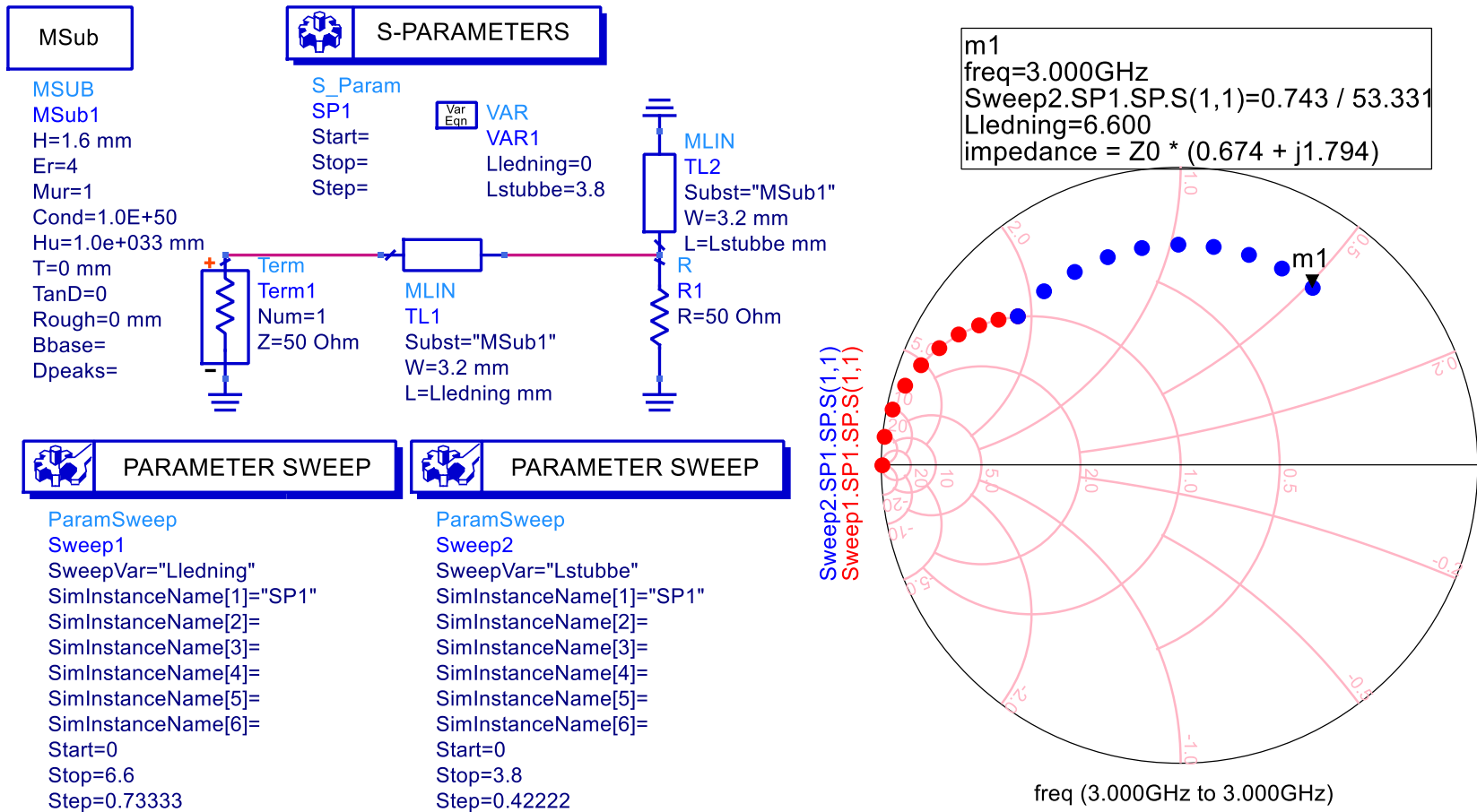
Normalized wavelength of the microstrip line versus  $W/h$ .

$$\lambda_0 = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{f}$$

Karaktäristisk impedans



# Simulering i ADS



# Sammanfattning förstärkning

- Förstärkningsuttryck
  - Available gain ( $G_A$ ): Lågbrusförstärkare
  - Power gain ( $G_{(P)}$ ): Effektförstärkare
  - Transducer gain ( $G_T$ ): Max-gain förstärkare
- Förstärkardesign
  - Arbetspunkt
  - Stabilitet
  - Framtagning av anpassningsnät
  - Enbart S-parametrar krävs