

2/12-2017 Arto Heikkilä

Elektroteknik, 180 hp, åk 2, läsperiod 2, läsåret 2017/2018

TELEKOMMUNIKATION (RRY 010)

ÖVNINGSUPPGIFTER.

Föreliggande exempelsamling innehåller övningsuppgifter grupperade efter ämnesområde. Uppgifterna har konstruerats av ett flertal lärare under en dryg femtonårsperiod .

Som förberedelse till problemlösandet är det synnerligen lämpligt att repetera räkning med komplexa tal, de kommer att användas flitigt! Även hantering av trigonometriska funktioner och elementa om transformteori bör du vara förtrogen med.

Antalet uppgifter i häftet är stort. Det är inte meningen att du hinna med att arbeta med alla! *Det är bättre att göra färre uppgifter, men i gengäld arbeta igenom dem ordentligt, istället för att, utan eftertanke, hasta igenom ett stort antal problem.* Ett rekommenderat urval av uppgifter finns listat i kurs-PM.

Undvik i möjligaste mån att lösa uppgifter genom att i stor hast leta i boken (eller någon annanstans) efter en formel som innehåller de variabler som är angivna i uppgiften, sätta in siffror och erhålla ett svar, för att sedan hoppa fram till nästa uppgift!!! Ta god tid på dig, koncentrera dig på fysiken/tekniken i problemet och försök göra dig en bild av vad som efterfrågas samt vad du behöver veta för att lösa problemet. Siffror sätter man först in i slutet när själva fysikaliska problemet är löst och man vill få fram ett kvantitativt svar! Ingenjörstudier handlar om att försöka förstå och tillämpa de principer, begrepp och metoder som används för att beskriva naturfenomen och tekniska system, ej om att blott sätta in siffror i formler!!! Skriv ner ordentliga lösningar och läs genom dem efteråt, fundera över vad du har skrivit ner och omarbota vid behov, så att du verkligen känner att du har förstått uppgiften och dess lösning! *Det är mycket nyttigt att formulera sina tankar genom att skriva ner dem, samt sedan läsa och reflektera över texten. Skriv engna sammandrag. Formulera egna övningsuppgifter, lös dem och diskutera med studiekamrater.*

Tänk! Reflektera! Diskutera! Fråga! Eget arbete ger resultat!

Arto Heikkilä, oktober 2017

VÅGLÄRA.

V1. Ge exempel på olika typer av i naturen förekommande vågor. Redogör för vad som avses med en våg i ett system, som i frånvaro av vågen är i stabil jämvikt. Vad krävs av systemet för att vågor skall kunna utbreda sig där? Vad bär en våg med sig? Vilka faktorer avgör vågens utbredningsfart? Vad har det faktum att utbredningsfarten är ändligt stor för konsekvenser? Ge några exempel på praktisk tillämpning av vågor!

V2. Höjden (över medelnivån) hos en vattenvåg ute på öppet hav beskrivs av vågfunktionen $h(x, t) = 1,0 \sin[2\pi(0,4t - 0,1x)]$ meter.

a) Bestäm vågens amplitud, periodtid, frekvens, våglängd, utbredningsriktning och fashastighet.

b) Skissera vågens utseende vid tidpunkterna $t = 0$ s, $t = 0,625$ s, $t = 1,25$ s, $t = 2,5$ s.

c) Skissera vågens tidsberoende vid $x = 0$ m, $x = 5$ m och $x = 10$ m.

d) Studera nu en våg som beskrivs av $h(x, t) = 1,5 \sin[2\pi(0,2t + 0,2x)]$ och gör om deluppgifterna a-c.

V3. En sinusformad tryckvåg $p(z, t)$ utbreder sig i positiv z -led och har amplituden 10 Pa, våglängden 2 m och frekvensen 170 Hz.

a) Skriv vågens vågfunktion och bestäm sedan fashastigheten.

b) Rita en graf av $p(z, t)$ för $t = 0$.

c) Rita en graf av $p(z, t)$ för $z = 0$.

V4. En spänningsvåg utbreder sig i en transmissionsledning. Spänningen beskrivs av vågfunktionen $v(z, t) = 10 \exp(-\alpha z) \sin(4\pi 10^9 t - 20\pi z)$ volt. Parametern α beskriver dämpningen (p.g.a. resistans hos ledningarna samt resistans i materialet mellan ledningarna) hos vågen och har enheten Np m^{-1} (neper per meter; neper i sig är dimensionslös så man kan även skriva m^{-1}).

a) Bestäm frekvens, våglängd och fashastighet. Rita grafer av $v(0, t)$ och $v(z, 0)$.

b) Bestäm amplituden vid $z = 0$.

c) Om $\alpha = 0,001$ neper per meter [Np m^{-1}], vad blir amplituden vid $z = 1$ km?

d) Antag nu att α är okänd och skall bestämmas genom mätning. Hur stor är α om man vid $z = 20$ m mäter amplituden till 2 volt?

V5. Två vågor i form av rektangulära pulser med amplituden 10 cm, pulslängden (i tid) 0,1 s och pulsutsträckningen (i rummet) 34 m utbreder sig i *motsatta* riktningar längs en mycket lång sträng.

a) Bestäm vågornas utbredningsfart.

b) Antag att avståndet mellan pulsernas framkanter (vid tiden $t = 0$) är 136 m. Skissa hur den totala vågen ser ut vid tidpunkterna $t = 0,1$ s, $0,2$ s, $0,225$ s, $0,25$ s, $0,275$ s, $0,3$ s, $0,4$ s.

c) Antag istället att pulserna har amplituderna 10 cm resp. -10 cm, och gör om deluppg. b.

d) Antag att pulserna utbreder sig i *samma* riktning och gör om deluppgift b.

e) Sätt amplituderna hos puls 1 och puls 2 till 10 cm resp. 5 cm och gör om deluppgift b.

f) Sätt amplituderna hos puls 1 och puls 2 till 10 cm resp. -5 cm och gör om deluppgift b.

V6. Två vågor utbreder sig i en mycket lång sträng. Vågfunktionerna ges av

$$h_1(x, t) = 2 \sin(10t - 20x) \text{ cm} \text{ och } h_2(x, t) = 2 \sin(10t + 20x) \text{ cm}.$$

- Bestäm amplitud, frekvens, våglängd, utbredningsriktning och fashastighet för våg 1 och våg 2.
- Beräkna den totala vågens vågfunktion $h(x, t) = h_1(x, t) + h_2(x, t)$.
- Skissera (för hand eller använd t.ex. MATLAB eller annat datorhjälpmedel) den totala vågfunktionen samt dess absolutbelopp vid tidpunkterna $t = 0$, $t = \frac{\pi}{60}$, $t = \frac{\pi}{40}$ och $t = \frac{\pi}{20}$. Ange i vilka punkter vågorna 1 och 2 interfererar konstruktivt ($|h|$ har maxima) respektive destruktivt ($|h|$ har minima). Bestäm avståndet (uttryckt i våglängder) mellan två efter varandra liggande maxima. Bestäm avståndet mellan två efter varandra liggande minima. Kommentera och förklara resultatet.
- Hur stor är $|h(x, t)|$ max resp. min? Bestäm största och minsta toppvärdet för $|h(x, t)|$. I vilka rumspositioner ligger dessa minima och maxima? Jämför med resultatet i deluppgift c. Lös uppgiften analytiskt, men rita gärna grafer av $|h(x, t)|$ som funktion av x vid olika tidpunkter mha datorhjälpmedel (MATLAB, Mathematica, Maxima, Excel, ...).
- Sätt amplituden hos $h_2(x, t)$ till -2 och gör om deluppgifterna b, c (med $t = 0$) och d.
- Sätt amplituden hos $h_2(x, t)$ till 0,5 och gör om deluppgifterna b och d.
- Sätt amplituden hos $h_2(x, t)$ till -0,5 och gör om deluppgifterna b och d.
- Bestäm max och min toppvärde för det allmänna fallet där amplituderna för $h_1(x, t)$ och $h_2(x, t)$ är A_1 respektive A_2 .

V7. Betrakta två vågor beskrivna av vågfunktionerna $h_1(x, t) = A_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x)$ respektive $h_2(x, t) = A_2 \sin(\omega_2 t - k_2 x + \phi)$ som utbreder sig i samma medium. Antag att mediet är dispersionsfritt, vilket innebär att båda vågorna har samma fashastighet. Bestäm (och skissa) den totala vågen i följande fall:

- $A_1 = A_2$, $\omega_1 = \omega_2$ och $\phi = 0$.
- $A_1 = -A_2$, $\omega_1 = \omega_2$ och $\phi = 0$.
- $A_1 = 0,5 A_2$, $\omega_1 = \omega_2$ och $\phi = 0$.
- $A_1 = A_2$, $\omega_1 = 0,5 \omega_2$ och $\phi = 0$.
- $A_1 = A_2$, $\omega_1 = \omega_2$ och $\phi = \frac{\pi}{2}$ rad.
- $A_1 = A_2$, $\omega_1 = \omega_2$, och $\phi = \pi$ rad.
- $A_1 = A_2$, $\omega_1 = \omega_2$, $k_1 = -k_2$ och $\phi = 0$.
- $A_1 = -A_2$, $\omega_1 = \omega_2$, $k_1 = -k_2$ och $\phi = 0$.

V8. En transversell våg exciteras i en lång sträng. Våggeneratoren driver strängens ena ände med amplituden 0,1 m och frekvensen 10 Hz. Fashastigheten är 2 m s^{-1} . När vågen når strängens andra ände (vid $x = 0$) sker en reflexion. Antag att strängen är så lång att vi endast behöver beakta en reflexion (d.v.s. vi behöver inte bekymra oss om eventuella reflexioner i strängens generatorände). Bestäm den totala vågen i följande två fall:

- Strängändan vid $x = 0$ är fixerad (d.v.s. fastspänd).
- Strängändan vid $x = 0$ är fri.

V9. Visa att en två gånger deriverbar funktion $g = g(x \pm vt)$ uppfyller den homogena vå-

gekvationen: $\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = 0$. v är en konstant (vågens fashastighet). Ange också utbredningsriktningen hos $g = g(x + vt)$ resp. $g = g(x - vt)$.

Ledning: substituera $u = x \pm vt$ och studera funktionen $g = g(u)$.

V10. Betrakta två vågor beskrivna av vågfunktionerna $u_1(x, t) = \cos(\omega_1 t - k_1 x)$ respektive $u_2(x, t) = \cos(\omega_2 t - k_2 x)$ som utbreder sig i samma medium. Antag att mediet är dispersionsfritt, vilket innebär att båda vågorna har samma fashastighet: $v_f = v_{f1} = v_{f2}$ där $v_{f1} = \frac{\omega_1}{k_1}$ och $v_{f2} = \frac{\omega_2}{k_2}$.

a) Bestäm den totala vågfunktionen $u_{tot}(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t)$, som visar sig vara produkten av två cosinustermer.

b) Visa att den i tid snabbast varierande termen hos u_{tot} utbreder sig med farten $v_{fas} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{k_1 + k_2}$, medan den i tid långsammast varierande termen (enveloppen) utbreder sig med farten $v_{grupp} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}$.

c) Visa $v_{grupp} = v_{fas} = v_f$ d.v.s. att u_{tot} utbreder sig utan att ändra form och med samma fart som de enskilda vågorna u_1 och u_2 .

d) Antag nu att $\omega_1 < \omega_2$. Låt $v_{f1} > v_{f2}$, d.v.s. mediet är dispersivt. Är v_{grupp} större än, mindre än eller lika med v_{fas} ?

e) Gör om deluppgift d) för fallet $v_{f1} < v_{f2}$.

f) Använd MATLAB eller annat datorhjälpmedel till att rita $u_1(x, t)$, $u_2(x, t)$ och $u_{tot}(x, t)$ i olika fall. Välj själv parametervärden.

ELEKTROMAGNETISKA FÄLT, TEM-VÅGOR.

F1.

- Studera Poyntingvektorn (dvs effektförflödet) i ett system bestående av två parallella ledare. Ledarna (som antages vara mycket tunna, långa och resistansfria) är kopplade till en likspänningskälla (ett batteri) i ena änden samt har en rent resistiv last i andra änden. Rita en figur som visar hur elektriska fältstyrkan, magnetiska flödestätheten, samt Poyntingvektorn är orienterade i olika delar av systemet.
- Hur förändras Poyntingvektorn om batteriets poler kastas om? Kommentera!
- Beskriv i ord samt skissa i en figur hur resultaten deluppgift a förändras om ledarnas resistivitet beaktas.
- Studera avslutningsvis effektförflödet vid uppladdning respektive urladdning av en kondensator. Antag att under uppladdning är kondensatorn kopplad till ett likströmsbatteri via en resistor. Under urladdning består kretsen endast av kondensatorn och resistorn.
- Antag istället att ledningen är en plattledning och gör om deluppgift a.
- Antag istället att ledningen är en koaxialkabel och gör om deluppgift a.

F2. Argumentera för att vågfenomen (så när som på transienten i samband med att signalkällan inkopplas) inte behöver beaktas i en krets om kretsens utsträckning i alla tre rumsdimensionerna är mycket mindre än våglängden.

F3. En plattledning bestående av två metallband med längden $l = 10$ cm och bredden $a = 1$ cm befinner sig på avståndet $b = 2$ mm från varandra. Isolationsmaterialet mellan plattorna har den relativa permittiviteten $\epsilon_r = 4,0$ och den relativa permeabiliteten $\mu_r = 1,0$. En signalgenerator med spänningen $u(t) = 10 \sin(10^7 t)$ volt kopplas in mellan plattorna i ledningens ena ände.

- Beräkna våglängden λ . Jämför med kretsens utsträckning; slutsats?
- Beräkna strömmen $i(t)$ som flyter i plattorna.
- Förklara hur det kommer sig att det flyter ström i plattorna trots att kretsen uppenbarligen utgör ett avbrott!
- Beräkna toppvärdet av elektriska flödestätheten D och elektriska fältstyrkan E i området mellan ledarna.
- Ange (i ett visst tidsögonblick) polariteten på plattornas laddning samt riktningen hos strömmen, E -fältet och D -fältet.
- Visa (då $b \ll a$), att hos en plattledning beräknas kapacitansen per längdenhet resp. induktansen per längdenhet m.h.a uttrycken $C = \epsilon \frac{a}{b}$ resp. $L = \mu \frac{b}{a}$.

F4. Betrakta samma plattledning som i uppgift F3. En signalgenerator kopplas in i ledningens närände. Fjärrändan kortslutes med en metalltråd vars induktiva påverkan kan försummas. Strömmen genom metalltråden blir $i(t) = 0,1 \sin(10^7 t)$ ampere.

- Beräkna spänningen $u(t)$ mellan plattorna.
- Förklara hur det kommer sig att det finns en spänning mellan plattorna trots att kretsen

uppenbarligen utgör en kortslutning!

c) Beräkna toppvärdet av magnetiska flödet Φ , magnetiska flödestätheten B samt magnetiska fältstyrkan H i området mellan ledarna.

d) Ange (i ett visst tidsögonblick) polariteten på plattornas laddning samt riktningen hos strömmen, H -fältet, B -fältet och Φ .

F5. En kvadratisk metallslinga med längden a och bredden b ligger i papprets plan. Parallellt med slingans långsidor löper en mycket lång ($l \gg a$) växelströmsmatad ledare. Strömmen i ledaren är $i(t) = 2,0 \sin(10^7 t)$ ampere. Avståndet mellan den växelströmsmatade ledaren och slingans närmaste sida är r . En effektivvärdesvisande voltmeter ansluts till ett av slingans hörn.

a) Hur kommer det sig att det uppstår en spänning i slingan?

b) Vad visar voltmeteren om $b \ll r$?

c) Vad visar voltmeteren om $b = r$?

F6.

a) Redogör i ord för utbredningsmekanismen för elektromagnetiska vågor i fri rymd. Illustrera gärna ditt resonemang med en figur!

b) Vad bestämmer vågens utbredningsfart i vakuum respektive ett dielektrikum?

c) Vad beskriver Z_{TEM} (betecknas även R_{TEM} om reell)?

F7. I en plan TEM-våg, som utbreder sig i fri rymd ($\approx$ vakuum), är den elektriska fältstyrkans toppvärde $\frac{1}{2} \text{ V m}^{-1}$. Beräkna den magnetiska fältstyrkans toppvärde samt strålningstätheten (=effektstätheten=tidsmedelvärdet av Poyntingvektorn).

F8. En plan TEM-våg, infaller vinkelrätt från luft mot havsytan. Vid ytan sker dels reflexion, dels transmission. Strålningstätheten hos den in i vattnet transmitterade vågen är $10 \mu\text{W m}^{-2}$ vid vattenytan. För vatten gäller att $\epsilon_r = 70$, $\mu_r = 1,0$ och konduktiviteten $\sigma = 4,0 \text{ S m}^{-1}$. Gör beräkningarna vid tre olika frekvenser 100 Hz, 10 kHz resp. 100 MHz.

a) Beräkna den elektriska respektive den magnetiska fältstyrkans effektivvärde hos den transmitterade vågen vid vattenytan.

b) Vid vilket djup har strålningstätheten sjunkit till 5% av värdet vid ytan? Ledning: E -fältets amplitud dämpas med faktorn $\exp(-\alpha z)$ där $\alpha = \sqrt{(\pi f \mu_0 \mu_r \sigma)}$ vid utbredning i ett medium med god ledningsförmåga.

c) Beräkna vågens fashastighet i luft respektive vatten.

F9. En plan TEM-våg (E -fältet har toppvärdet 100 mV m^{-1}) infaller vinkelrätt mot ett plant materialskikt som befinner sig i luft. Vid gränsytan mellan luft och skikt sker reflexion och transmission. Den reflekterade vågens E -fält har toppvärdet 40 mV m^{-1} . Skiktet är förlustbelastat, med följden att en del av effekten hos den i skiktet utbredande vågen absorberas. Efter passage genom skiktet har den transmitterade vågens H -fält toppvärdet $160 \mu\text{A m}^{-1}$. Beräkna:

a) effektlödet (strålningstätheten) hos den infallande vågen,

b) materialskiktets effektabsorption uttryckt i W m^{-2} .

F10. Härled uttryck för tidsmedelvärdet av strålningstätheten och tidsmedelvärdet av effekten hos en TEM-våg (antag sinusformat tidsberoende hos fälten), som utbreder sig i en (antag också att endast en våg befinner sig i ledningen, dvs att inga interferensfenomen uppträder):

- plattledning (plattornas bredd är a och avståndet mellan plattorna är b),
- koaxialkabel (innerledaren har diametern d och ytterledarens innerdiameter är D).
- i ett homogent (ϵ och μ konstanta) laddnings- och strömfritt dielektriskt medium.

d) Ange i ett givet tidsögonblick t hur $\mathbf{E}(t)$, $\mathbf{H}(t)$ och $\mathbf{S}(t) = \mathbf{E}(t) \times \mathbf{H}(t)$ är riktade i utbredningsfallen enligt deluppg. a-c.

F11. En koaxialkabel med luft som isoleringsmaterial mellan inner- och ytterledaren har måtten $D = 40$ mm och $d = 10$ mm. D är ytterledarens innerdiameter och d är innerledarens diameter. Hur stor är den maximala effekten som en TEM-våg kan transportera om den elektriska fältstyrkan i området mellan ledarna inte får överskrida 200 kV m^{-1} ?

F12. En plattledning med bredden 15 mm och avståndet 1 mm mellan plattorna har luft som isoleringsmaterial. Hur stor är den maximala effekten som en TEM-våg kan transportera om den elektriska fältstyrkan i området mellan ledarna inte får överskrida 200 kV m^{-1} ?

F13. En koaxialkabel skall kunna överföra effekten 2 kW. Innerledarens diameter är $d = 10$ mm och isoleringsmaterialet mellan inner- och ytterledaren har $\epsilon_r = 4,0$ och $\mu_r = 1,0$. Den maximalt tillåtna elektriska fältstyrkan i isoleringsmaterialet är 100 kV m^{-1} . Beräkna den minsta tillåtna innerdiametern för ytterledaren.

F14. En plattledning skall kunna överföra effekten 1 kW. Plattornas bredd är 30 mm. Isoleringsmaterialet mellan plattorna har $\epsilon_r = 4,0$ och $\mu_r = 1,0$. Den maximalt tillåtna elektriska fältstyrkan i isoleringsmaterialet är 100 kV m^{-1} . Beräkna det minsta tillåtna avståndet mellan plattorna.

F15. Betrakta en koaxialkabel och visa, att kapacitansen per längdenhet resp. induktansen per längdenhet ges av uttrycken $C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{d}}$ resp. $L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{d}$.

F16.

Redogör för de villkor på rumsutsträckningen hos ett elektriskt system, som anger när man vid beskrivning av systemets elektriska karaktär (vid tidsberoende problem) kan använda sig av :

- kretsteori (spänningar och strömmar, inga vågfenomen),
- ledningsteori (spänningar och strömmar som uppför sig som vågor),
- fältteori (elektriska och magnetiska fält som uppför sig som vågor).

F17.

a) Förklara (utan detaljerade beräkningar) m.h.a. en bild (av strukturen hos den elektriska fältstyrkan) hur en elektriskt laddad partikel, som acceleras alstrar elektromagnetisk strålning. Ange riktningen (relativt riktning för partikelns acceleration) hos den del av totala E-fältet som utgör strålningen. Rita gärna en figur som illustration! b) Låt den laddade partikeln utföra en i tid sinusformad rörelse (oscillation) och skissa E-fältet hos den resulterande strålningen. Jämför *partikelns acceleration* och det resulterande *E-fältets storlek och riktning* direkt efter att det har genererats. När fås maximal styrka hos fältet? När är fältstyrkan noll?

F18. I ett plasma (t.ex. jordens jonosfär) kan sambandet mellan vinkelfrekvens och vågtal skrivas: $\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$ där ω_p är den så kallade plasmafrekvensen (beror bl.a. av elektrontätheten i mediet) och kan i den här uppgiften ses som en konstant. c är ljusets fart i vakuum.

a) Bestäm produkten $v_f v_g$. Kommentera resultatet!

b) Bestäm v_f och v_g i två gränser: $k \rightarrow 0$ resp. $k \rightarrow \infty$.

c) Bestäm ett uttryck för k som funktion av ω . Skriv upp vågfunktionen och diskutera vågens karaktär då $\omega > \omega_p$ respektive $\omega < \omega_p$.

F19. Studera ett tidsberoende elektromagnetiskt fält där E-fältet och H-fältet ligger i xy-planet. E-fältet är riktat i x -led och H-fältet i y -led. Fältstyrkorna är (vid en given tidpunkt)konstanta i xy-planet men kan variera i z -led. Tillämpa Maxwells cirkulationslagar och visa att E-fältet och H-fältet uppfyller var sin vågekvation. I vilken riktning och med vilken fart utbreder sig vågen?

LEDNINGSTEORI.

L1. Betrakta en förlustfri transmissionsledning. Modellera ledningen m.h.a. distribuerade kapacitanser och induktanser.

- Redogör för vågutbredningsmekanismen m.h.a. en kretsteoretisk betraktelse: Studera hur ledningen succesivt laddas upp och magnetiseras när ett likspänningssteg kopplas in på ledningsingången. Finn ett uttryck för spänningstvågens utbredningsfart! vilka konsekvenser har det faktum av farten inte är oändligt hög?
- Vad beskriver karakteristiska impedansen (Z_0) respektive utbredningskonstanten (γ)? Hur bestäms dessa storheter av ledningens elektriska egenskaper? Finn ett uttryck för Z_0 !
- Förklara med en kretsteoretisk betraktelse hur den reflekterade vågen alstras då ledningen närmande spänningssätas med en signalgenerator (med $Z_G = Z_0$) och ledningens fjärrände är öppet.
- Gör om deluppg. c, med den skillnaden att fjärrändan är kortsluten.
- Förklara orsaken till att den reflekterade vågen uteblir, om lastimpedansen är lika med Z_0 .

L2. En likspänningskälla (med en ems på 12 V) är kopplad via strömbrytare till en förlustfri transmissionsledning. Spänningskällans inre resistans är lika med ledningens karakteristiska impedans. Rita spänningen som funktion av tiden vid tre positioner längs ledningen: över ledningsingången, mitt på ledningen samt över lasten i följande fall (lös gärna uppgiften både analytiskt och m.h.a. t.ex. kretssimuleringsprogrammet LTspice där man kan ha komponenten transmissionsledning"(tline") i sin krets):

- anpassad last,
- resistiv last med $\Gamma_L = 0,25$,
- resistiv last med $\Gamma_L = -0,25$.
- last med $\Gamma_L = 1$,
- last med $\Gamma_L = -1$,
- Beräkna lastimpedansen storlek för fallen a-e.
- Beräkna, för fallen a-e, spänningen över en godtycklig position längs ledningen efter det att *stationär tillstånd* har inträtt. Jämför det ledningsteoretiska resultatet med en beräkning baserad på vanlig kretsteori.
- Låt lasten vara en induktor. Hur stor är spänningen över en godtycklig position vid stationär tillstånd?
- Låt lasten vara en kondensator. Hur stor är spänningen över en godtycklig position vid stationär tillstånd?

L3. En förlustfri koaxialledning har $L = 1,0 \mu\text{H m}^{-1}$ och $C = 100 \text{ pF m}^{-1}$. Beräkna ledningens karakteristiska impedans, samt fashastigheten och våglängden för en signal med frekvensen 200 MHz. Bestäm spänningens vågfunktion om amplituden är 2,0 V.

L4. En förlustfri transmissionsledning har karakteristiska impedansen 50Ω . Vid frekvensen 100 MHz är våglängden $1,0 \text{ m}$. Beräkna ledningens induktans respektive kapacitans per meter.

L5. Hur stor är dämpningen (uttryckt i Np m^{-1} respektive dB m^{-1}) för en kabel på vilken man i två mätpunkter på avståndet 40 m från varandra har uppmätt spänningarna (toppvärdena) $3,0 \text{ V}$ respektive $2,7 \text{ V}$. Ledningen är impedansanpassad till såväl generator som last. Insignalen är cosinusformad.

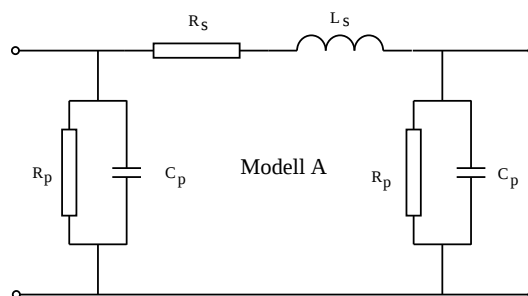
L6. En transmissionsledning har de primära ledningsparametrarna $R = 20 \Omega \text{ km}^{-1}$, $G = 3,0 \mu\text{S km}^{-1}$, $L = 2,0 \text{ mH km}^{-1}$ och $C = 6 \text{ nF km}^{-1}$. Ledningen matas med en i tid cosinusformad signal med frekvensen 1 kHz . Beräkna:

- dämpningen (α) uttryckt i Np km^{-1} respektive dB km^{-1} ,
- faskonstanten (β) uttryckt i rad km^{-1} respektive grader per km,
- ledningens karakteristiska impedans (Z_0) till belopp och fasvinkel,
- fashastigheten.
- Bestäm spänningens vågfunktion om amplituden är $5,0 \text{ V}$.

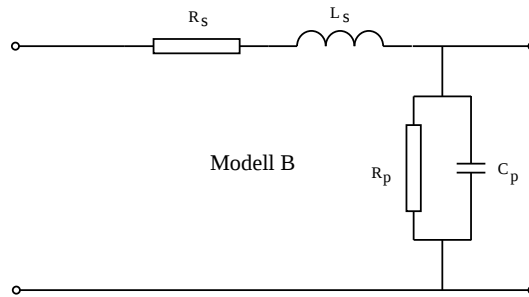
L7. En viss ledning har vid vinkelfrekvensen $\omega = 80\,000 \text{ rad s}^{-1}$ dämpningen $1,04 \text{ dB km}^{-1}$, faskonstanten $0,128 \text{ rad km}^{-1}$ och den karakteristiska impedansen $790 \exp(-j 40^\circ) \Omega$. Beräkna ledningens primära parametrar.

L8. En konstledning avsedd som signalfördröjningskrets består av ett antal sammankopplade sektioner av längden $0,1 \text{ m}$ (se figur) med $R_s = 2 \Omega$, $R_p = \infty \Omega$, $L_s = 10 \text{ mH}$, $C_p = 50 \text{ nF}$. Ledningens ena ände matas med en växelspänning med frekvensen 1 kHz . Beräkna vågens fashastighet, samt ledningens karakteristiska impedans och dämpning för följande två ledningsmodeller:

a)



b)



L9. En ledning med längden $s = 25$ km har den karakteristiska impedansen $800 \exp(-j 40^\circ) \Omega$. Dämpningen är 0,13 dB per km och faskonstanten $\beta = 0,016$ rad per km. Näränden matas med en växelspanning med sinusformat tidsberoende och effektivvärdet 50 V. Antag att både signalgenerator och last är impedansanpassade till ledningen (d.v.s. inga reflexioner uppkommer). Bestäm förlusteffekten i ledningen.

L10. En ledning benämns distorsionsfri om en signal ej ändrar form under utbredningen. Detta erhålls om fashastigheten är oberoende av våglängden. För en distorsionsfri ledning gäller följande samband mellan ledningens primära parametrar: $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$. Betrakta nu en sådan ledning med dämpningen 0,01 dB per meter, $Z_0 = 50 \Omega$ och $C = 0,1 \text{ nF m}^{-1}$. Antag att ledningen är impedansanpassad och beräkna:

- R , L och G ,
- fashastigheten,
- hur många procent spänningens amplitud sjunker på sträckan 5 km.
- Visa avslutningsvis att $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$ innebär att fashastigheten är oberoende av våglängden.

L11. En transmissionsledning har följande parametrar: $R = 2,0 \Omega \text{ m}^{-1}$, $G = 0,5 \mu\text{S m}^{-1}$, $L = 8,0 \text{ nH m}^{-1}$ och $C = 0,23 \text{ pF m}^{-1}$. Frekvensen är 1 GHz. Beräkna:

- den karakteristiska impedansen,
- utbredningskonstanten (gångkonstanten) γ .

L12. Bestäm med hjälp av Smithdiagrammet:

- Γ_L för lastimpedanserna Z_0 , $2 \cdot Z_0$, $0,5 \cdot Z_0$, $j \cdot Z_0$, $(1 + j) \cdot Z_0$, respektive $(1 - j) \cdot Z_0$,
- lastimpedans och lastadmittans för lastreflexionskoefficienterna 0,8, -0,2, $0,5 \cdot \exp(j40^\circ)$, $0,7 \cdot \exp(-j45^\circ)$ respektive $-0,5 \cdot \exp(j70^\circ)$.
- lastimpedansen för en förlustfri ledning med karakteristiska impedansen 200Ω och stående vågförhållandet 3,0. Antag att lastimpedansen är rent resistiv.

L13. En förlustfri ledning med $Z_0 = 200 \Omega$ är kortsluten i fjärränden. Beräkna reflexionskoefficienten ($\Gamma(x)$) och impedansen ($Z(x)$) vid nedanstående positioner. Gör beräkningarna dels

analytiskt, dels m.h.a. Smithdiagrammet.

- a) vid fjärrändan,
- b) på avståndet $\frac{\lambda}{8}$ från fjärrändan,
- c) på avståndet $\frac{\lambda}{6}$ från fjärrändan,
- d) på avståndet $\frac{\lambda}{4}$ från fjärrändan,
- e) på avståndet $\frac{\lambda}{2}$ från fjärrändan,
- f) på avståndet $\frac{3\lambda}{4}$ från fjärrändan,
- g) på avståndet λ från fjärrändan.
- h) Rita grafer som visar $|\Gamma(x)|$ resp. $|Z(x)|$ som funktion av x . Sätt $x = 0$ vid lasten och rita grafen för intervallet $x = [-2\lambda, 0]$. Använd gärna även datorhjälpmedel.
- i) Upprepa deluppg. a-h om fjärrändan istället är öppen.
- j) Upprepa deluppg. a-h om fjärrändan istället är kopplad till en rent resistiv last med impedansen $Z_L = 200 \Omega$.
- k) Upprepa deluppg. a-h om fjärrändan istället är kopplad till en rent resistiv last med impedansen 100Ω .
- l) Upprepa deluppg. a-h om fjärrändan istället är kopplad till en last med en komplex impedans $200(1 + j) \Omega$.
- m) Upprepa deluppg. a-h om fjärrändan istället är kopplad till en rent resistiv last med impedansen 400Ω .
- n) Beräkna ståendevågförhållandet för spänningen (SVF; VSWR på engelska) på ledningen för de olika belastningsfallen enligt ovan.
- o) Beräkna den till beloppet minsta och största impedans ($|Z|_{\min}$, $|Z|_{\max}$) längs ledningen för de olika belastningsfallen enligt ovan. Vilket värde har Γ för dessa impedanser? Vilka samband råder mellan $|Z|_{\min}$, $|Z|_{\max}$, Z_0 , Z_L och SVF?

L14.

- a) Härled uttrycken för reflexionskoefficienten $\Gamma(x)$ och ledningsimpedansen $Z(x)$ för en ledning med karakteristiska impedansen Z_0 , som är avslutad med en last med impedansen Z_L . Låt lastens position vara $x = 0$
- b) Vilken periodicitet (d.v.s. med vilket längdintervall återkommer samma värde) uppvisar $\Gamma(x)$ respektive $Z(x)$? Förklara orsaken till denna periodicitet.

L15. Beräkna inimpedansen som funktion av ledningslängden (mätt i våglängder) för en förlustfri ledning med karakteristiska impedansen Z_0 , samt ange för vilka ledningslängder den är rent reell (då uppför sig ledningen som en parallell- eller serieresonanskrets) eller rent imaginär (d.v.s. rent induktiv resp. kapacitiv). Gör dessutom en skiss av $|Z(x)|$. Gör beräkningarna (använd Smithdiagrammet!) i intervallet $x = [-\lambda, 0]$. Studera fallen då ledningens fjärrände (vid $x = 0$) är:

- a) kortsluten,
- b) öppen,
- c) $Z_L = 5 Z_0$,
- d) $Z_L = 0, 2 Z_0$,
- e) $Z_L = Z_0$,
- f) $Z_L = j Z_0$,

- g) $Z_L = -jZ_0$,
- h) $Z_L = (1 + j)Z_0$,
- i) $Z_L = (1 - j)Z_0$.

L16. En komplex impedans $Z = 20 + j40 \Omega$ är given. Beräkna den komplexa admittansen $Y = \frac{1}{Z}$. Gör beräkningen dels analytiskt, dels m.h.a. Smithdiagrammet.

L17. En förlustfri ledning med karakteristiska impedansen 50Ω och längden $0,3 \text{ m}$ matas med en signal med frekvensen 100 MHz varvid fashastigheten uppmäts till 10^8 m s^{-1} . Vidare har man uppmätt ståendevågförhållandet till $2,5$ och att första spänningsminimum räknat från lastposition inträffar på avståndet $0,2 \text{ m}$ från lasten. Bestäm:

- a) lastens impedans och reflexionskoefficient,
- b) ledningens inimpedans,
- c) ledningens inadmittans.

L18. En förlustfri ledning med karakteristiska impedansen 50Ω är kopplad till en last med impedansen $Z_L = 60 + j50 \Omega$. Beräkna (analytiskt, använd gärna även datorhjälpmedel.):

- a) reflexionskoefficienten vid lasten,
- b) ståendevågförhållandet på ledningen,
- c) ledningens impedans på avståndet $\frac{\lambda}{8}$ från lasten,
- d) lasten admittans,
- e) ledningens admittans på avståndet $\frac{\lambda}{8}$ från lasten,
- f) Rita en graf av totala spänningens toppvärde $|V(x)|$ som funktionen av positionen längs ledningen, om $|V|_{\min} = 1 \text{ volt}$.

L19. En rent resistiv last med impedansen Z_L är kopplad till en ledning med en reell karakteristisk impedans. Bestäm sambandet mellan ledningens inimpedans (Z_{in}), Z_0 och Z_L om:

- a) ledningens längd är $\frac{\lambda}{2}$,
- b) ledningens längd är $\frac{\lambda}{4}$.

L20. Två ledare, med karakteristiska impedanserna $Z_{0,A} = 50 \Omega$ resp. $Z_{0,B} = 75 \Omega$ kaskadkopplas. I den lediga änden av ledning B ansluter man en last med impedansen $Z_L = 100 \Omega$. Bestäm systemets inimpedans (d.v.s. impedansen vid ingången av ledning A) i följande fall:

- a) båda ledningarna har längden $\frac{\lambda}{4}$,
- b) båda ledningarna har längden $\frac{3\lambda}{4}$,
- c) båda ledningarna har längden $\frac{\lambda}{2}$,
- d) båda ledningarna har längden $\frac{5\lambda}{4}$,
- e) båda ledningarna har längden λ ,
- f) ledning A har längden $\frac{\lambda}{2}$ och ledning B har längden $\frac{\lambda}{4}$,
- g) ledning A har längden $\frac{\lambda}{4}$ och ledning B har längden $\frac{\lambda}{2}$.
- h) gör om fallen a och b med den modifikation att en resistor med $Z = 25 \Omega$ kopplas

in parallellt i skarven mellan ledningarna.

L21. En komplex last $Z_L = 50(1 + j) \Omega$ har anslutits till en ledning med $Z_0 = 50 \Omega$.

- a) Bestäm ståendevågförhållandet.
- b) I vilka positioner (ange avstånden i våglängder räknat från lastpositionen) är ledningsimpedansen rent reell?
- c) I vilka positioner (ange avstånden i våglängder räknat från lastpositionen) är ledningsimpedansens realdel lika med Z_0 ?
- d) I vilka positioner (ange avstånden i våglängder räknat från lastpositionen) är ledningsadmittansens realdel lika med Y_0 ?

L22. Man vill åstadkomma en resonanskrets avstämd till frekvensen 300 MHz m.h.a. en kondensator på 10 pF och en luftisolerad ledningsbit med $Z_0 = 50 \Omega$. Beräkna lämpligt minsta värde på ledningslängden om man vill ha en:

- a) parallellresonanskrets (inadmittans=noll),
- b) serieresonanskrets (inimpedans=noll).

L23. En förlustfri luftisolerad koaxialledning med $Z_0 = 50 \Omega$ matas med en växelspanning med frekvensen 1,0 GHz. Ståendevågförhållandet mäts till 1,8. Man finner ett spänningsmaximum på avståndet 18 cm från lasten. Bestäm lastimpedansen.

L24. En förlustfri luftisolerad koaxialledning med $Z_0 = 50 \Omega$ är i sin fjärrände belastad med kapacitansen $C = 10$ pF. Man vill av utrymmesskäl förkorta ledningen med 75 cm, dock utan att inimpedansen förändras vid den aktuella frekvensen. Vilken kapacitans eller induktans skall placeras i den avkapade ledningsändan för att åstadkomma en oförändrad inimpedans om arbetsfrekvensen är $f = 50$ MHz.

L25. Med belastning ansluten var ståendevågförhållandet 2,6 för en förlustfri ledning med karakteristiska impedansen 50Ω . Då belastningen utbyttes mot en kortslutning, så flyttades ståendevågsmönstret 1,75 cm i riktning mot lastpositionen. Avståndet mellan två på varandra följande minima var 12,5 cm. Beräkna belastningens impedans.

L26. Inimpedansen till en i fjärränden öppen koaxialledning uppmättes till $-j160 \Omega$. Inimpedansen till samma kabel med fjärränden kortsluten uppmättes till $+j40 \Omega$. Mätfrekvensen var 75 MHz och fashastigheten på ledningen är densamma som ljushastigheten i vakuum. Ledningens primära konstanter R och G kan sättas lika med noll. Beräkna:

- a) reflexionsfaktorn på ingången med fjärränden öppen resp. kortsluten,
- b) karakteristiska impedansen och de primära konstanterna L och C ,
- c) transmissionsledningens kortaste möjliga längd.
- d) Antag istället att de uppmätta inimpedanserna var $+j160 \Omega$ för öppen ledning och $-j40 \Omega$ för kortsluten ledning och gör om deluppg. a-c.

L27. Över en transmissionsledning med en karakteristiska impedansen $100\ \Omega$ har man mätt upp spänningsfördelningen som funktion av positionen med ett toppvärdesvisande instrument. Den uppmätta spänningen varierar mellan $0,8\ \text{V}$ och $1,2\ \text{V}$. Minima inträffar vid positionerna $x = -1\ \text{m}$, $-3\ \text{m}$ och $-5\ \text{m}$ från lastpositionen ($x = 0$), medan maxima inträffar vid lasten samt $-2\ \text{m}$ och $-4\ \text{m}$ från lasten. Beräkna:

- reflexionskoefficienten vid lasten,
- lastens impedans,
- impedansen vid $x = -1\ \text{m}$,
- strömamplituden genom lasten,
- strömamplituden vid $x = -1\ \text{m}$,
- signalens frekvens om vågutbredningen sker med ljusets fart i vakuum,
- effektutvecklingen i lasten.

L28. För vågamplituderna på en viss förlustfri ledning gäller följande (lastens position anges med $x = 0$): $V^+(0) = 1\ \text{V}$, $V^-(0) = 0,4\ \text{V}$, $V^+(0)/I^+(0) = 100\ \Omega$.

Totala spänningen respektive strömmen är $V(x) = V^+(x) + V^-(x)$ resp. $I(x) = I^+(x) + I^-(x)$. Den infallande vågens våglängd är $2\ \text{m}$. Beräkna:

- ledningens karakteristiska impedans,
- V^+ , V^- och V vid $x = -0,5\ \text{m}$,
- V^+ , V^- och V över lasten,
- I^+ , I^- och I vid $x = -0,5\ \text{m}$,
- I^+ , I^- och I genom lasten,
- Z vid $x = -0,5\ \text{m}$,
- lastimpedansen,
- effektförbrukning i lasten,
- Skissera (analytiskt och med något datorprogram) $|V(x)|$ i en graf över intervallet $-5\ \text{m}$ till $0\ \text{m}$.
- Våglängden ökas till $200\ \text{m}$. Gör om deluppg. h-i.

L29.

- Härled telegrafekvationerna.
- Definiera utbredningskonstanten $\gamma = \alpha + j\beta$ m.h.a. ledningens primära parametrar.
- Lös telegrafekvationerna för en våg med harmoniskt (dvs. sinus- eller cosinusformat) tidsberoende. Ange lösning dels som komplexa spänningar och strömmar, dels som reella spänningar och strömmar. Kommentera innebörden av parametrarna α och β .
- Härled ett uttryck för den karakteristiska impedansen.
- Härled ett uttryck för ledningens impedans som funktion av positionen.
- Härled ett uttryck för reflexionskoefficienten (för spänning) som funktion av positionen.
- Bestäm γ , Z_0 och v_{fas} för en förlustfri ledning ($R = 0$ och $G = 0$). Förklara att ledningen är även distorsionsfri.
- Härled approximationer till γ , Z_0 och v_{fas} för en ledning med små förluster (d.v.s. om $R \ll \omega L$ och $G \ll \omega C$). Förklara, att ledningen inte är distorsionsfri.
- Bestäm γ , Z_0 och v_{fas} för en ledning med $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$. Förklara att ledningen är förlustbehäftad,

men distorsionsfri.

i) Bestäm γ , Z_0 och v_{fas} för en ledning med $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$. Förklara att ledningen är förlustbehäftad, men distorsionsfri.

j) Härled approximationer till γ , Z_0 och v_{fas} för en ledning med stora förluster i själva ledarna (d.v.s. om $R \gg \omega L$ och $G \ll \omega C$). Uppstår distorsioner? Förklara också att ledningen kan modelleras som en RC-länk.

k) Bestäm γ och Z_0 då $L = 0$ och $C = 0$ och förklara orsaken till att i detta fall skulle det inte ske någon vågutbredning överhuvudtaget.

l) Lös telegrafekvationerna för en våg i form av ett spänningsteg som inkopplas vid tiden noll. Använd Laplacetransformen och notera hur spänningsstegets utbredning ses som en 'fördröjning' i ekvationen. Identifiera vågens fart i ekvationen.

L30. Betrakta ett Smithdiagram.

a) Förklara vad Smithdiagrammet beskriver och hur det är uppbyggt! Vilka ekvationer ligger bakom Smithdiagrammets konstruktion?

b) Vad avses med en normerad impedans (=impedanstalet) resp. normerad admittans? Förklara orsaken till att man normerar med karakteristiska impedansen resp. karakt. admittansen.

c) Hur bestämmer man reflexionskoefficienten i en given position längs ledningen om positionens normerade impedans är känd?

d) Hur bestämmer man den normerade impedansen i en given position längs ledningen om positionens reflexionskoefficient är känd?

e) Hur bestämmer man $\Gamma(x)$ och $z(x)$ i en punkt $x = x_1$ om någon av dessa storheter är känd i en annan punkt $x = x_2$?

f) Hur finner man admittansen om impedansen är känd? Motivera med en kort analytisk beräkning.

g) Förklara orsaken till att ett varv i Smithdiagrammet omfattar en sträcka motsvarande en halv våglängd av ledningen.

h) Var i ett Smithdiagram med impedanskoordinater är $|\Gamma| = 1$? Var finns en kortslutning resp. ett avbrott?

i) Var i ett Smithdiagram med admittanskoordinater är $|\Gamma| = 1$? Var finns en kortslutning resp. ett avbrott?

j) Förklara att för en förlustfri ledning innebär en förflyttning längs ledningen, att man i Smithdiagrammet rör sig längs en cirkel. Vilken radie har cirkeln? Var ligger cirkelns centrum?

k) Visa att en av skärningspunkterna mellan $|\Gamma| = \text{konstant}$ cirkel och Smithdiagrammets realaxel ger det ståendevågförhållande som råder på ledningen. Du skall alltså visa att $SVF = z(x)$ då $z(x)$ är reell och större än 1.

l) Var i diagrammet är $\Gamma = 0$? Vad innebär $\Gamma = 0$?

Inför beteckningar för real- och imaginärdelarna hos den normerade impedansen och reflexionskoefficienten enligt: $z = r + jx$ (obs! blanda ej ihop reaktansen x med rumskoordinaten x !) och $\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$.

m) Visa att om r hålls konstant, så beskriver Γ en cirkel med radien $\frac{1}{1+r}$ och centrum i punkten $(\Gamma_r, \Gamma_i) = (\frac{r}{1+r}, 0)$.

n) Visa att om x hålls konstant, så beskriver Γ en cirkel med radien $\frac{1}{x}$ och centrum i $(\Gamma_r, \Gamma_i) = (1, \frac{1}{x})$.

o) Förklara de olika stegen i användandet av Smithdiagrammet vid dimensionering av en impedansanpassare i form av dels en kvartsvågstransformator, dels en parallellkopplad, kortsluten stubbe.

L31. En ledning med karakteristiska impedansen 100Ω är avslutad med lasten $Z_L = 50 + j20 \Omega$.

a) På vilka avstånd från lasten är impedansen reell? Ange de två närmaste positionerna?

b) Bestäm lastens admittans. På vilka avstånd lasten är (normerade) admittansens realdel lika med 1? Ange de två närmaste positionerna?

L32. En belastningsimpedans $Z_L = 30 + j20 \Omega$ är ansluten till en förlustfri transmissionsledning med karakteristiska impedansen 50Ω . Lasten skall impedansanpassas till ledningen.

a) Utför anpassningen med en parallellkopplad, förlustfri, kortsluten stubbe (med karakteristiska impedansen 50Ω), som skall placeras så nära belastningen som möjligt. Dimensionera stubben, d.v.s. beräkna hur långt från lasten stubben skall placeras samt stubbens längd. Uttryck dessa längder i antal våglängder.

b) Utför istället anpassningen med en kvartsvågstransformator, d.v.s. bestäm position (uttryckt i våglängder) och karakteristisk impedans för kvartsvågstransformatorn.

L33. Beräkna position, längd och karakteristisk impedans för en kvartsvågstransformator i form av en koaxialkabel (med ett isoleringsmaterial med $\epsilon_r = 2,25$), som skall anpassa en antenn med $R_L = 200 \Omega$ till en koaxialledning med karakteristiska impedansen 50Ω . Frekvensen är 100 MHz .

L34. En koaxialledning med $R_0 = 100 \Omega$ är belastad med impedansen $Z_L = 60 - j70 \Omega$. Belastning skall anpassas till ledningen. Dimensionera anpassaren om den utgörs av:

a) en kvartsvågstransformator,

b) en parallellkopplad, kortsluten stubbe (med samma R_0 som koaxialledningen),

c) en parallellkopplad, öppen stubbe (med samma R_0 som koaxialledningen),

d) en seriekopplad, kortsluten stubbe (med samma R_0 som koaxialledningen),

e) en seriekopplad, öppen stubbe (med samma R_0 som koaxialledningen),

f) Byt ut lasten till $Z_L = 60 + j70 \Omega$ och gör om deluppgift a-b.

L35. En transmissionsledning med $R_0 = 200 \Omega$ är avslutad med en last med impedansen $Z_L = 85 - j34 \Omega$.

a) Bestäm ståendevågförhållandet på ledningen.

b) Dimensionera en impedansanpassare i form av en kortsluten stubbe.

c) Hur stort är ståendevågförhållandet efter att anpassning har utförts?

d) Gör om deluppg. b, denna gång med en kvartsvågstransformator.

L36. En belastning med $Z_L = 200 - j100 \Omega$ skall anpassas med hjälp av en kvartsvågstransformator till en ledning med $Z_0 = 150 \Omega$.

- Dimensionera kvartsvågstransformatoren.
- Antag att frekvensen hos inkopplad signal fördubblas (jämfört med frekvensen för vilken anpassningen gjordes). Bestäm ståendevågförhållandet på ledningen. Förklara orsaken till att anpassningen ej längre råder.
- Betrakta samma ledning och samma last som i deluppg. a och utför anpassningen med en kortsluten stubbe istället.
- Diskutera hur en frekvensdubbling skulle påverka resultatet i deluppg. c.

L37. En TEM-våg med frekvensen 100 GHz utbreder sig i luft.

I området mellan $x = -d$ och $x = 0$ har man placerat ett materialskikt (ett praktiskt exempel är s.k. radomen kring radioteleskop eller radarantennar).

- Bestäm vilken ϵ_r skiktmaterialiet skall ha så att ingen reflekterad våg uppstår i området $x < -d$. Skikt tjockleken är $d = \frac{\lambda_{\text{skikt}}}{2}$, notera att våglängden i detta uttryck är våglängden i skiktmaterialiet. Bestäm d . Förklara dessutom den fysikaliska mekanismen bakom elimineringen av reflexerna.
- Fungerar antireflexbehandlingen enligt deluppgift a frekvensen fördubblas eller halveras? Motivera svaren!
- Om ditt svar i deluppgift b var nej, antag att ϵ_r bibehålles oförändrad och dimensionera om d för eliminering av reflexer.
- Gör om c men använd det värde på skiktets tjocklek som erhöles i deluppg. a och dimensionera om ϵ_r .

För uppgifterna L38-L40: Jämför din lösning med LTspice körningar.

L38. En likspänningskälla med polspänningen $E_G = 27 \text{ V}$ och inre resistansen $R_G = 200 \Omega$ är kopplad till en koaxialledning via en strömbrytare. Koaxialledningen, som är förlustfri, har karakteristiska impedansen 100Ω och längden 600 m. Isoleringsskiktet mellan ledarna är luft. Ledningen är avslutad med en last med impedansen 50Ω . Brytaren sluts vid tiden $t = 0$.

- Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen över ledningsingången varierar de första $8 \mu\text{s}$.
- Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen mitt på ledningen varierar de första $8 \mu\text{s}$.
- Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen över lasten varierar de första $8 \mu\text{s}$.
- Beräkna slutvärdet av spänningen över en godtycklig punkt längs ledningen.

L39. En likspänningskälla med polspänningen $E_G = 10 \text{ V}$ och inre resistansen $R_G = 25 \Omega$ är kopplad till en koaxialledning via en strömbrytare. Koaxialledningen, som är förlustfri, har karakteristiska impedansen 100Ω och längden 300 m. Isoleringsskiktet mellan ledarna är luft. Ledningens fjärrände är öppet. Brytaren sluts vid tiden $t = 0$.

- a) Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen över ledningsingången varierar de första $10 \mu\text{s}$.
- b) Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen mitt på ledningen varierar de första $10 \mu\text{s}$.
- c) Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen över lasten varierar de första $10 \mu\text{s}$.
- d) Beräkna slutvärdet av spänningen över en godtycklig punkt längs ledningen.

L40. En likspänningskälla med polspänningen $E_G = 36 \text{ V}$ och inre resistansen $R_G = \frac{R_0}{2}$ är kopplad till en ledning via en strömbrytare. Ledningen har karakteristiska impedansen R_0 och längden 1000 m . Vågutbredningsfarten på ledningen är lika med ljusets fart i vakuum. Ledningens fjärrände är kortsluten. Brytaren sluts vid tiden $t = 0$.

- a) Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen över ledningsingången varierar de första $10 \mu\text{s}$.
- b) Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen mitt på ledningen varierar de första $10 \mu\text{s}$.
- c) Beräkna och rita en graf som visar hur spänningen över lasten varierar de första $10 \mu\text{s}$.
- d) Beräkna slutvärdet av spänningen över en godtycklig punkt längs ledningen.

L41. Studera en förlustfri transmissionsledning (med karakteristiska impedansen Z_0), som exciteras i ena änden av en i tid sinusformad spänning med toppvärdet V_G och inre resistansen Z_G . Den andra änden är ansluten till en lastimpedans Z_L .

Sätt ledningslängden till $\frac{\lambda}{2}$ och skissa en graf som visar hur spänningens toppvärde varierar längs ledningen när stationärtillstånd råder. Studera följande fall (förklara även i ord orsaken till grafernas form):

- a) $Z_G = Z_L = Z_0$,
- b) $Z_G = Z_0$ och $Z_L > Z_0$,
- c) $Z_G = Z_0$ och $Z_L < Z_0$,
- d) $Z_G > Z_0$ och $Z_L > Z_0$,
- e) $Z_G < Z_0$ och $Z_L < Z_0$.
- f) Sätt ledningslängden till $\frac{\lambda}{4}$ och gör om deluppg. a-e.
- g) Välj själv några kombinationer av Z_G , Z_L och Z_0 . Använd datorhjälpmedel för att rita grafer av spänningens toppvärde som funktion av positionen längs ledningen. Använd det exakta uttrycket för toppvärdesvariationen (se föreläsningssanteckningar).

L42. Betrakta en supraledande plattledning med måtten $b = 1 \text{ mm}$ och $a = 7,5 \text{ mm}$, $l = 75 \text{ mm}$. En signalgenerator (som ger en i tid sinusformad spänning) med inre resistansen 10Ω kopplas in i plattledningens ena ände. Generators toppvärde vid tomgång är 12 V . Till ledningens fjärrände har man anslutit en last med impedansen $5,0 \Omega$.

- a) Beräkna effektutvecklingen i lasten om frekvensen är 1 MHz .
- b) Frekvensen ökas till 1 GHz . Beräkna toppvärdena för spänningen över och strömmen genom lasten, samt medeleffektutvecklingen i lasten.

- c) Byt ut ledningen till en med längden $l = 150 \text{ mm}$ och gör om deluppg. a och b.
- d) Förklara i ord hur det kommer sig att effektutvecklingen i lasten blir så olika i fallen ovan, trots att generatorspänningens toppvärde är detsamma hela tiden.
- e) Skissera (analytiskt och med datorhjälpmedel ståendevågmönstret längs ledningen i fallen a-c.
- f) Antag att lasten byts mot en last med impedansen 100Ω . Gör om deluppg. a-c, e.
- g) Antag att frekvensen fördubblas (till 2 GHz) och gör om deluppg. b-c och e, dels med den ursprungliga lasten, dels med lasten 100Ω inkopplad.

L43. Ett sätt att antireflexbehandla ytor (med brytningsindex n_{yta}) är att lägga på ett tunt skikt av ett material med ett brytningsindex n_{skikt} . Bestäm skiktets tjocklek och brytningsindex om $n_{\text{yta}} = 1.5$ och man vill eliminera reflexioner för ljus med våglängden 600 nm . Ytans tjocklek är mycket större än våglängden. Det infallande ljuset (som kan anses vara en TEM-våg) befinner sig i luft och infallet sker vinkelrätt mot ytan.

L44. Studera ett system bestående av en signalgenerator, en förlustfri transmissionsledning och en rent resistiv last ($R_L \neq Z_0$). Signalgeneratoren är impedansanpassad till ledningen och har en i tid sinusformad utspänning. Antag, att våglängden är mycket större än ledningens längd och studera m.h.a. en ledningsteoretisk betraktelse den resulterande spänningen på ledningen när stationärtillstånd har inträtt. Jämför resultatet med det som erhålls ur vanlig växelströmsteori (Kirchhoff).

L45. En koaxialkabel av typen RG58/U har följande data: innerledarens diameter är $0,406 \text{ mm}$, ytterledarens innerdiameter är $1,48 \text{ mm}$ och relativa permittiviteten hos isoleringsmaterialet mellan ledarna är $\epsilon_r = 2,26$. Antag att ledningen är förlustfri.

- a) Bestäm ledningens karakteristiska impedans och fashastighet.
- b) Betrakta tre mycket långa RG58/U ledningar. Ledningarna 2 och 3 är (parallell)kopplade till fjärrändan av ledning 1 via en T-kontakt. En i tid sinusformad signal med frekvensen 10 MHz infaller i ledning 1 mot T-kontakten. Bestäm hur stor del av den infallande effekten reflekteras tillbaka in i ledning 1, samt hur stor del av effekten transmittas till ledning 2 respektive 3.
- c) Dimensionera en impedansanpassare i form av en kortsluten stubbe, som eliminerar reflexioner vid T-kontakten.

L46. En förlustfri ledning med karakteristiska impedansen 50Ω är avslutad med en last med impedansen $100 \exp(j60^\circ) \Omega$ [anmärkning: 'exp' står för exponentialfunktionen]. En spänningsvåg med amplituden 10 volt och våglängden $1,5 \text{ m}$ infaller mot lasten. Fashastigheten är lika med ljusets fart i vakuum.

- a) Bestäm den reflekterade vågens amplitud och våglängd.
- b) Dimensionera en impedansanpassare i form av en kortsluten stubbe.

L47. Man har mätt upp följande inimpedanser till en 20 m lång, förlustfri ledning: $-j25 \Omega$ då ledningsändan var kortsluten, respektive $j225 \Omega$ då ledningsändan var öppen. Frekvensen hos mätsignalen var 500 kHz . Ledningslängden är $< \frac{\lambda}{2}$.

Bestäm ledningens karakteristiska impedans och vågens fashastighet.

L48.

a) Ett isoleringsfel har uppstått i en förlustfri transmissionsledning. Felet kan modelleras som en parallellkopplad resistans (R_f). För att lokalisera felstället ansluts en likspänningsgenerator till ledningen. Ett likspänningsteg kopplas in till ledningsingången vid tiden $t = 0$ och en reflexionsmätning utförs. Totala spänningen vid ledningsingången mäts som funktion av tiden. Man finner att i tidsintervallet $t = 0$ till $t = 48 \mu\text{s}$ är spänningen 12 volt, medan efter $t = 48 \mu\text{s}$ ligger spänningen konstant på nivån 9 volt. Fashastigheten kan sättas till $2 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ och $Z_G = Z_0 = 50 \Omega$.

Bestäm avståndet till felstället och felresistansens storlek (R_f).

b) Antag istället att ett 'kontaktfel' har uppstått (kan modelleras som en extra längsresistans hos ledningen) och att totala spänningen efter $t = 48 \mu\text{s}$ är 15 volt. Bestäm felresistansens storlek.

L49. Ett filter i form av en parallellresonanskrets skall konstrueras m.h.a. två förlustfria transmissionledningar, som parallellkopplas genom att koppla samman deras 'ingångsändar'. Ledning 1 har karakteristiska impedansen 50Ω och skall ha öppen fjärrände, medan ledning 2 har längden 12 cm, karakteristiska impedansen 75Ω och skall vara kortsluten i fjärrändan. Bestäm längden för ledning 1 (den skall vara så korta som möjligt) så att resonansfrekvensen blir 500 MHz.

L50. En förlustfri transmissionsledning med längden l och karakteristiska impedansen Z_0 är ansluten till en komplex last med impedansen Z_L . Lasten är vid $x = 0$ och generatoren vid $x = -l$. Signalgeneratoren är anpassad till ledningen.

a) Visa att den i lasten utvecklade aktiva effekten kan uttryckas som

$$P_L = \frac{|V^+(0) + V^-(0)|^2}{2} \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Z_L^*}\right) = \frac{|V^+(-l) + V^-(-l)|^2}{2} \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Z_{\text{in}}^*}\right) = \frac{|V_0^+|^2}{2 Z_0} (1 - |\Gamma_L|^2).$$

b) Vilket/vilka av dessa uttryck gäller även då ledningen har dämpning?

L51. En förlustfri ledning är ansluten till signalgenerator med spänningen V_G . Impedansanpassning råder i generatorändan ($Z_G = Z_0$). Visa att toppvärdet för spänningen över lasten kan beräknas med uttrycket $|V_L| = V_G \left| \frac{Z_L}{Z_L + Z_G} \right|$ om V_G är reell.

**För beräkningarna i L52-L64 nödvändiga formler finns i dokumentet
Formler för mikrostripledning på kurshemsidan.**

Elektriska fältet i en mikrostripledning genomkorsar såväl luft som kretskortmaterialet (substratet). Vid beräkningar används en *effektiv* relativ permittivitet ϵ_{eff} som tar hänsyn till substratets ϵ_r och ledningens geometri (W/h). Ibland används enheten *mil* (1 mil = 1 millitum = 0,254 mm) för substratets tjocklek och stripens bredd.

L52.

a) En mikrostripleddning med bredden 2,44 mm tillverkas på ett kretskort där substratet har tjockleken 0,7874 mm och relativa permittiviteten $\epsilon_r = 2,23$. Ledningen är ansluten till en signalkälla med frekvensen 2 GHz.

Bestäm ledningens effektiva relativa permittivitet, karakteristiska impedans samt våglängden hos den kvasi-TEM våg som utbreder sig utmed mikrostripen. Bestäm också ledningens längd (i mm) om $L = \frac{\lambda}{4}$. Sätt mikrostripens tjocklek till noll.

b) Sätt bredden till 1,04 mm, tjockleken till 1,6 mm och ϵ_r till 6. Gör om beräkningarna i deluppg. a).

c) Sätt mikrostripens bredd till 1,6 mm och tjocklek till noll. Kretskortmaterialet har tjockleken 1,6 mm och $\epsilon_r = 4,54$. Gör om beräkningarna i deluppg. a).

L53.

a) En mikrostripleddning skall dimensioneras så att den får en karakteristisk impedans på 75Ω . Kretskortets substrat har $\epsilon_r = 9,6$ och tjockleken 1,016 mm. Bestäm mikrostripens bredd (antag att tjockleken är noll). Beräkna också ϵ_{eff} och våglängden (om $f = 3$ GHz).

b) Gör om deluppg. a) för en ledning som ska ha $Z_0 = 50 \Omega$ då $\epsilon_r = 2,17$ och substratet tjockleken 1,27 mm.

c) Gör om deluppg. a) för en ledning som ska ha $Z_0 = 100 \Omega$ då $\epsilon_r = 4,54$ och substratet tjockleken 1,6 mm.

L54. Betrakta en högfrequenstransistor som arbetar vid 2,4 GHz och har utimpedansen $10 + j4 \Omega$. Transistorn skall anslutas reflexionsfritt till en 50Ω last. Anslutning sker med en mikrostripleddning (tjocklek noll) som består av en $\frac{\lambda}{4}$ lång strip som vid ingången har en parallellkopplad stubbe med öppen ände.

a) Vilken Z_0 skall den $0,25\lambda$ långa mikrostripen ha?

b) Även stubben utgörs av en mikrostrip med samma Z_0 som $0,25\lambda$ stripen. Hur lång är stubben mätt i våglängder?

c) Substratet har $\epsilon_r = 9,6$ och tjockleken 1,27 mm. Bestäm bredden och längderna (i millimeter) för de två mikrostriparna.

L55. Beräkna karakteristiska impedansen för följande mikrostripleddningar:

a) $\epsilon_r = 5$, $W/h = 0,2$

b) $\epsilon_r = 5$, $W/h = 2$

c) $\epsilon_r = 5$, $W/h = 10$

d) Substrat med tjockleken 25 mil och relativa permittiviteten 9,8. Stripens bredd är 1,935 mm.

L56. Skissera grafer av Z_0 som funktion av W/h för intervallet $0,1 \leq W/h \leq 10$. Använd formler från Ulaby. Gör tre kurvor: $\epsilon_r = 2$, $\epsilon_r = 5$ respektive $\epsilon_r = 10$.

L57. Du har tillgång till tre olika kretskortsmaterial. Substraten har $\epsilon_r = 2$, $\epsilon_r = 5$ respektive $\epsilon_r = 10$. Vilka Z_0 kan realiseras om W/h kan väljas mellan 0,1 och 10?

L58.

a) Rita en graf av ϵ_{eff} som funktion av W/h då W/h varieras mellan 0,1 och 10. Sätt $\epsilon_r = 5$

- b) Vilket värde närmar sig ϵ_{eff} då $W/h \rightarrow \infty$? Vilken typ av ledning liknar mikrostripledningen i detta gränsfall?
- c) Vilket värde närmar sig ϵ_{eff} då $W/h \rightarrow 0$? Vilken typ av ledning liknar mikrostripledningen i detta gränsfall?

L59. Bestäm bredden för följande mikrostripledningar:

- a) $Z_0 \approx 50 \Omega$, substrattjocklek 0,5 mm och $\epsilon_r = 10$,
 b) $Z_0 \approx 50 \Omega$, substrattjocklek 1,0 mm och $\epsilon_r = 10$,
 c) $Z_0 \approx 50 \Omega$, substrattjocklek 2,0 mm och $\epsilon_r = 10$,
 d) $Z_0 \approx 50 \Omega$, substrattjocklek 1,55 mm och $\epsilon_r = 4,7$,
 e) Bestäm fashastigheten på ledningen i deluppgift a och d.

L60. Dimensionera en $\frac{\lambda}{4}$ ledning ($\epsilon_r = 4,7$, substrattjocklek 50 mil) om frekvensen är 3 GHz och:

- a) $Z_0 \approx 50 \Omega$,
 b) $Z_0 \approx 100 \Omega$,
 c) Hur lång är $Z_0 \approx 50 \Omega$ ledningen om $\epsilon_r = 9,8$? Svara i antal våglängder och i mm.

L61.

- a) Dimensionera en $Z_0 \approx 50 \Omega$ mikrostripledning om $\epsilon_r = 2,2$ och substratets tjocklek är 100 mil.

Ledningen ansluts till en $Z_0 \approx 50 \Omega$ last. Vad blir inimpedansen om ledningslängden är:

- b) $l = \frac{\lambda}{4}$,
 c) $l = \frac{3\lambda}{8}$.

L62. a) Dimensionera en $Z_0 \approx 75 \Omega$ mikrostripledning om $\epsilon_r = 9,8$ och substratets tjocklek är 0,70 mm.

Ledningen ansluts till en $Z_0 \approx 50 \Omega$ last. Vad blir inimpedansen om ledningslängden är:

- b) $l = \frac{\lambda}{4}$,
 c) $l = \frac{\lambda}{2}$.

L63. En mikrostripledning har följande data: $\epsilon_r = 2,2$, substratets tjocklek är 1,0 mm och strippens bredd är 2,0 mm. Fjärrändan är öppen. Bestäm ledningens längd så att dess inimpedans vid frekvensen 5 GHz motsvarar en:

- a) 10 pF kondensator,
 b) 10 nH induktor.

L64. Dimensionera en $\frac{\lambda}{4}$ -transformator i form av en mikrostrip ($\epsilon_r = 4,4$, substrattjocklek 3,0 mm) som anpassar

- a) en 300Ω last till en 50Ω ledning,
 b) en 20Ω last till en 75Ω ledning.

OPTISK FIBER.

O1. En ljuskälla genererar fotoner med våglängden 1 550 nm. Medeleffekten hos ljuset är 1 mW. Bestäm hur stor energi varje foton har och hur många fotoner sänds ut varje sekund.

O2.

- a) Förklara mekanismen bakom ljusutbredning i en optisk fiber och orsaken till att brytningsindexet för manteln måste vara mindre än brytningsindexet för kärnan.
- b) Förklara vad som avses med den numeriska aperturen (NA) och acceptansvinkeln? Härled uttryck för dem i en stegindexfiber.
- c) Förklara vad som avses med moddispersion och hur den begränsar dataöverföringshastigheten (bithastigheten) i en stegindexfiber. Kan moddispersion undvikas (och i så fall hur)?
- d) Härled ett uttryck för moddispersionen (uttryckt i tid).
- e) Härled ett uttryck för den maximala bithastigheten (uttryckt i bitar per sekund) när den begränsas av moddispersion.
- f) Förklara vad som avses med kromatisk dispersion.
- g) Redogör för hur man genom erbiumdopning kan förstärka en signal som utbreder sig i en optisk fiber.

O3. En fiber har en kärna med brytningsindexet 1,6 och en mantel med brytningsindexet 1,5. Bestäm fiberns acceptansvinkel och numeriska apertur.

O4. Om ett luftgap finns i skarven mellan två fibrer, så kommer en del av effekten att reflekteras. Hur stor del reflekteras om båda fibrerna har brytningsindexet 1,5 i kärnan? Bortse från eventuella interferensfenomen.

O5. En 10 km lång optisk fiber skall överföra en signal med datahastigheten 1 Gbit per sekund. Hur stor moddispersion kan fibern tillåtas ha?

O6. För en viss stegindexfiber gäller att brytningsindexen för fiberns kärna respektive mantel är 1,42 resp. 1,40. Fibern befinner sig i luft. Antag att fibern är förlustfri.

- a) Beräkna den numeriska aperturen (NA) och acceptansvinkeln (maximal infallsvinkel).
- b) Vid inkoppling av effekt in i fibern kommer en del av effekten reflekteras vid gränssytan mellan mediet varifrån infallet sker och fibermaterialet. Beräkna hur stor del av effekten reflekteras i fibern med data enligt ovan.
- c) Gör en uppskattning av den maximala dataöverföringshastigheten (uttryckt i antal bitar per sekund) om 2 km fiber med ovanstående data placeras mellan en sändare och mottagare.
- d) Antag att fibern istället befinner sig i vatten (brytningsindex 1,33) och gör om deluppgifterna a-c.

O7. Effektförluster i övergången mellan två fibrer kan även uppstå om de två fibrerna har olika stora numeriska aperturer. Uppskatta hur stor del av effekten går förlorad om en fiber med $NA = 0,3$ belyser en fiber med $NA = 0,2$.

O8. Om två fibrer har ett litet gap mellan sig, så fås effektförluster inte bara p.g.a. reflexion utan även bl.a. p.g.a. att ljusstrålen divergerar. Kvoten mellan förlusteffekten och inmatade effekten kan beräknas med uttrycket: $\frac{P_t}{P_{in}} = 1 - \left[\frac{D/2}{D/2 + l \tan(\arcsin(NA/n))} \right]^2$, där D är fiberns diameter, l är gapets bredd och n är brytningsindexet för materialet i gapet.

Beräkna hur stor andel av den infallande effekten förloras i ett fall där två fibrer med diametern $25 \mu\text{m}$ har ett luftgap med bredden $10 \mu\text{m}$ mellan sig. Numeriska aperturen för fibern är $0,26$.

O9. Strålningseffekten $10 \mu\text{W}$ kopplas in i en stegindexfiber med följande data: dämpningen är $0,2 \text{ dB}$ per km, brytningsindexen hos kärna och mantel är $1,48$ resp. $1,45$. Fibern befinner sig i luft.

- Beräkna kvarvarande effekt efter 5 km gångsträcka. Bortse från eventuella förluster vid själva inkopplingen.
- Hur stor är moddispersion (uttryckt i μs) efter 5 km gångsträcka?
- Uppskatta maximala bithastigheten om avståndet mellan sändare och mottagare är 5 km .

O10. Information skall överföras med en optisk fiber (av modell stegindexfiber) med längden 20 km . Brytningsindexen för fiberkärna och mantel är $1,47$ resp. $1,45$. Fibern skall kopplas samman med en annan fiber, vars kärna har brytningsindexet $1,40$. För att undvika reflexioner i gränssytan mellan fibrerna måste man placera in en impedansanpassare (i form av ett skikt med tjockleken $\frac{\lambda}{4}$) mellan fibrerna. Ljusets våglängd i fiberkärnan hos fiber 1 är 1300 nm . Antag att ljuset i fibrerna kan anses uppföra sig som TEM-vågor. Bestäm skiktets brytningsindex och tjocklek (uttryckt i nanometer).

KOMPLEXA TAL, SIGNALER & SPEKTRA.

S1. Låt $Z_1 = 1 + 4j$ och $Z_2 = 3 - 2j$.

- a) Rita in Z_1 , Z_1^* , Z_2 och Z_2^* i det komplexa talplanet.
- b) Beräkna $|Z_1|$ & $|Z_2|$, samt $\arg(Z_1)$ & $\arg(Z_2)$. Ange dessa i den figuren för deluppgift a.
- c) Skriv Z_1 och Z_2 på polär form.

Beräkna och rita in resultatet i det komplexa talplanet:

- d) $2 \cdot Z_1$
- e) $-1 \cdot Z_1$
- f) $e^{j30^\circ} \cdot Z_1$
- g) $e^{-j30^\circ} \cdot Z_1$
- h) $Z_1 \cdot Z_1^*$
- i) $Z_1 + Z_2$
- j) $Z_1 - Z_2$
- k) $Z_1 \cdot Z_2$
- l) $Z_1 \cdot Z_2^*$
- m) Z_1/Z_2
- n) Z_1^{-1}
- o) Z_2^{-1}
- p) $\sqrt{Z_1}$
- q) $\sqrt{Z_2}$
- r) $\sqrt{Z_1 \cdot Z_2}$
- s) $\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$

Låt Z vara ett komplext tal.

- t) Längs vilken kurva förflyttar man sig i det komplexa talplanet om Z multipliceras med ett reellt tal K ?
- u) Längs vilken kurva förflyttar man sig i det komplexa talplanet om Z multipliceras med $e^{j\theta}$ där θ är ett reellt tal?
- v) Vilken geometrisk figur i det komplexa talplanet beskrivs av de Z för vilka gäller att $|Z|=1$?

S2. Bestäm amplitudspektrum och medeleffekt (sätt lastresistansen till $1\ \Omega$) för följande tids-signaler:

a) $v(t) = \sin(1000\ t)$

b) $v(t) = \cos(1000\ t)$

c) $v(t) = \sin(1000\ t) + \sin(2000\ t)$

d) $v(t) = \sin(1000\ t) + \cos(1000\ t)$

e) $v(t) = 0,5 \cdot \sin(1000\ t) + 2 \cdot \sin(500\ t)$

f) $v(t) = 3 \cdot \cos(100\ t) + 2 \cdot \cos(500\ t) + 0,2 \cdot \cos(2000\ t)$

g) $v(t) = 0,25 \cdot \cos(2\pi \cdot 9 \cdot 10^4\ t) + 2 \cdot \cos(2\pi \cdot 10^5\ t) + 0,25 \cdot \cos(2\pi \cdot 1,1 \cdot 10^5\ t)$

h) $v(t) = -3 \cdot \cos(100\ t) + 2 \cdot \cos(500\ t) - 0,2 \cdot \cos(2000\ t)$

i) $v(t) = \sin(1000\ t) \sin(1000\ t)$

j) $v(t) = \sin(1000\ t) \sin(3000\ t)$

k) $v(t) = \sin(1000\ t) \cos(1000\ t)$

l) $v(t) = \cos(1000\ t) \cos(1000\ t)$

m) $v(t) = \cos(1000\ t) \cos(3000\ t)$

MODULATIONSTEORI: ANALOG BÄRVÅGSMODULATION.

I många av uppgifterna är det bra att dels räkna analytiskt för hand, dels använda matematikprogram eller ännu hellre ett kretssimuleringsprogram.

M1. Betrakta en AM-signal (DSB-FC) som har erhållits genom modulation av en bärvåg med en entonig meddelandesignal. Båda signalerna har cosinusformat tidsberoende (men med olika frekvenser). Beskriv hur man bestämmer frekvens och amplitud för bärvågen, frekvenser och amplituder för sidovågorna (sidbanden), modulationsgraden och bandbredden hos AM-signalen om man känner till dess:

- a) tidsfunktion,
- b) amplitudspektrum.

Härled matematiska uttryck för de efterfrågade storheterna och visa också hur man beräknar effektivvärdet för AM-signalen samt effektförbrukningen hos en resistor som AM-signalen är kopplad till.

c) Rita grafer som visar amplitudspektra för DSB-FC signaler med modulationsgraderna 0.5, 1.0 respektive 2.0.

d) Rita grafer (för hand, eller med datorhjälpmedel[matematikprogram eller kretssimuleringsprogram]) som visar tidsfunktionerna för DSB-FC signaler med modulationsgraderna 0.5, 1.0 respektive 2.0.

M2. En AM-signal har följande data: bärvågssignalen har toppvärdet 100 V och frekvensen 50 kHz, meddelandesignalen har toppvärdet 25 V och frekvensen 1 kHz.

- a) Bestäm AM-signalens modulationsgrad,
- b) Bestäm uttrycket för AM-signalens tidsfunktion.
- c) Rita grafer av bärvågens, meddelandets och AM-signalens tidsfunktioner.
- d) Rita ett amplitudspektrum för AM-signalen.
- e) Bestäm vilken bandbredd som krävs för att överföra hela AM-signalen.
- f) AM-signalen kopplas till en $100\ \Omega$ resistor. Bestäm effektutvecklingen i resistorn.

M3. En AM-signal har följande data: bärvågssignalen har frekvensen 1 MHz, meddelandesignalen har toppvärdet 50 V och frekvensen 100 kHz, modulationsgraden är $\frac{1}{3}$.

- a) Beräkna bärvågens amplitud,
- b) Bestäm uttrycket för AM-signalens tidsfunktion.
- c) Rita grafer av bärvågens, meddelandets och AM-signalens tidsfunktioner.
- d) Rita ett amplitudspektrum för AM-signalen.
- e) Bestäm vilken bandbredd som krävs för att överföra hela AM-signalen.
- f) AM-signalen kopplas till en $100\ \Omega$ resistor. Beräkna effektutvecklingen i resistorn.

M4. Spänningen hos en amplitudmodulerad radiosignal beskrivs av uttrycket:

$$u(t) = 100 \cdot (1 + m \cdot \cos(4000 t)) \cdot \sin(8 \cdot 10^4 t) \text{ volt.}$$

Vidare gäller, att effektivvärdet för hela radiosignalen är fyra gånger större än effektivvärdet hos ett av sidbanden. Bestäm

- a) bärvågens frekvens och vinkelfrekvens,
- b) sidbandens frekvenser och vinkelfrekvenser,
- c) modulationsgraden.

M5. Spänningen hos en radiosignal beskrivs av följande uttryck:

$$u(t) = 50 \cdot \sin(2 \pi \cdot 10^4 t) + 25 \cdot \cos(2 \pi \cdot 1000 t) \cdot \sin(2 \pi \cdot 10^4 t) \text{ volt.}$$

Bestäm

- a) vilken modulationsmetod som har använts,
- b) modulationsgraden,
- c) bärvågens frekvens, effektivvärde och toppvärde,
- d) meddelandesignalens frekvens, effektivvärde och toppvärde,
- e) Radiosignalens effektivvärde och största ögonblicksvärde.

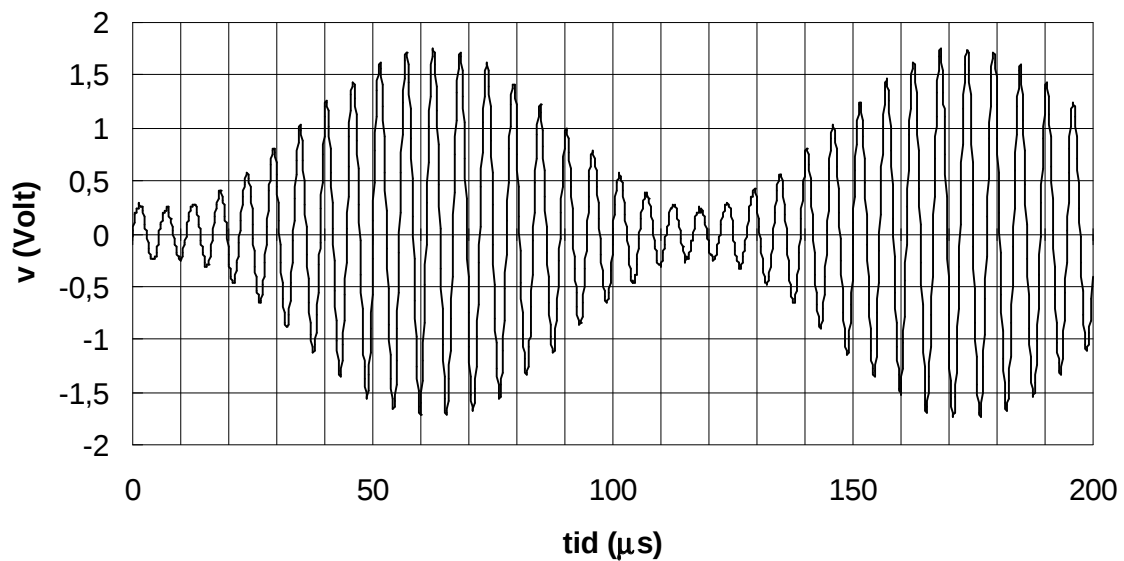
Rita sedan

- f) grafer som visar tidsfunktionerna för radiosignalen, bärvågen och meddelandesignalen.
- g) radiosignalens amplitudspektrum och bestäm bandbredden.

Antag nu att radiosignalen kopplas till en 50Ω resistor. Beräkna

- h) effektförbrukningen hos resistorn,
- i) effektivvärde och toppvärde för spänningen över och strömmen genom resistorn.

M6. Nedanstående figur visar uppmätning av en AM-signal m.h.a. ett digitalt minnesoscilloskop.

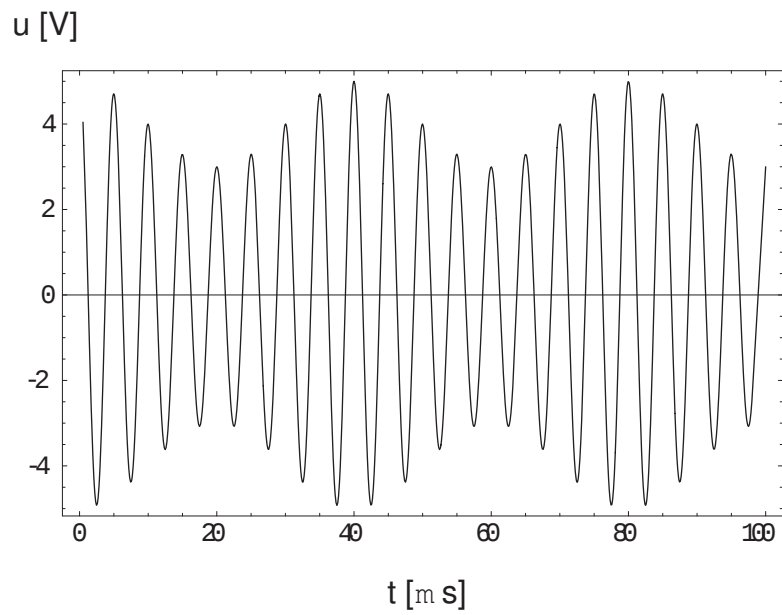


Beräkna:

- modulationsgraden,
- modulationssignalens frekvens och amplitud,
- bärvågens frekvens och amplitud,
- nödvändig bandbredd för att kunna överföra hela signalen,
- effektutvecklingen i en 50Ω last som kopplas till AM-signalen.

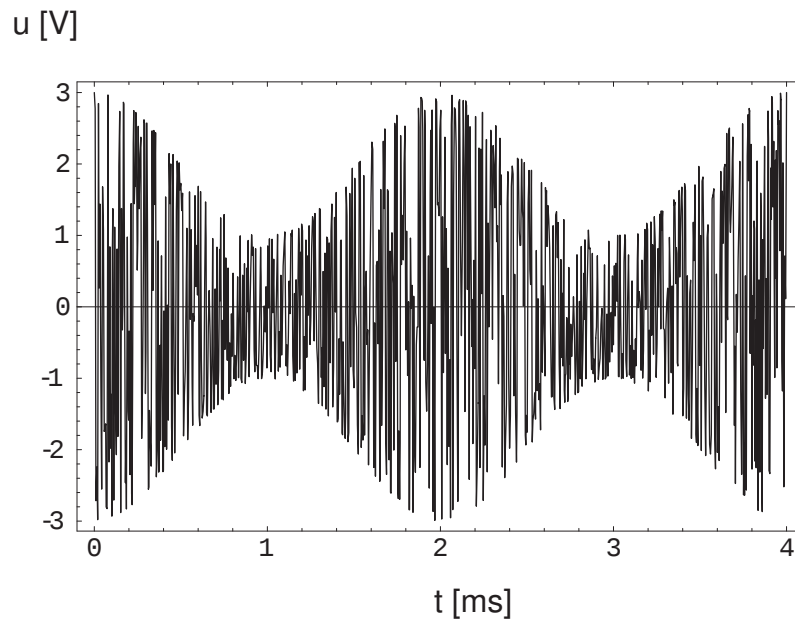
M7. Figuren nedan (tidsaxeln skall vara graderad i μs ej ms som det står) visar en högfrekvent signal vars amplitud varierar periodiskt i tiden. En frekvensanalysator registrerar denna sammansatta signal, som är summan av tre sinusformade signaler.

- Bestäm m.h.a. data från figuren amplituderna och frekvenserna för de tre signalerna.
- Rita grafer, som visar tidsfunktionerna för de tre delsignalerna.
- Rita en graf, som visar den sammansatta signalens amplitudspektrum.
- Beräkna effekten, som utvecklas när den sammansatta signalen kopplas till en 10Ω resistor.
- Antag, att man filtrerar den sammansatta signalen så att endast den delsignal som har lägst frekvens blir kvar. Hur stor är effektutvecklingen i resistorn nu?



M8. En AM-signal har en tidsfunktion enligt nedanstående graf. Bestäm:

- AM-signalens topp-till-toppvärde,
- modulationsgraden,
- bärvågens amplitud (kan man säga något om frekvensen?),
- meddelandesignalens frekvens och amplitud,
- centerfrekvensen och minsta bandbredden för ett bandpassfilter, som medger transmission av hela radiosignalen.



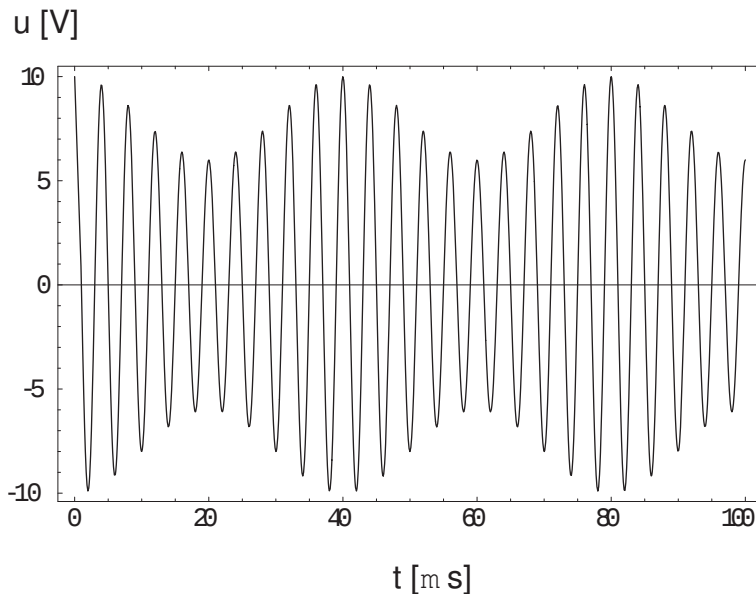
M9. En med sinusformad spänning amplitudmodulerad ström passerar genom en resistor med resistansen R , som är seriekopplad med en effektivvärdesvisande amperemeter. Över resistansen är en toppvärdesvisande voltmeter inkopplad. Vid en viss modulationsgrad visade instrumenten 2,01 A respektive 420 V. Då sinussignalen kopplades bort visade voltmeter 233 V. Beräkna

- modulationsgraden,
- resistansen R ,
- effektutvecklingen i resistorn under modulationen.

M10. En amplitudmodulerad signal ges av uttrycket

$$v_{\text{AM}} = V_c \cos(2\pi f_c t) \cdot (1 + m \cdot \cos(2\pi f_m t)) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t) + A_3 \cos(2\pi f_3 t)$$

- Beräkna A_1, A_2, A_3 samt f_1, f_2, f_3 som funktion av V_c, m, f_c och f_m .
- Uppskatta A_1, A_2, A_3 samt f_1, f_2, f_3 för en AM-signal med nedanstående tidsfunktion. Tidsaxeln skall vara graderad i μs ej ms som det står.



M11. En vanlig effektangivelse i samband med amplitudmodulerad kommunikation är signalens PEP-värde (Peak Envelope Power). Med PEP-värdet avses normalt medelvärdet av effekten i modulationstoppen, d.v.s. medeleffekten inom ett tidsintervall motsvarande en periodtid hos bärvågen kring den tidpunkt då AM-signalens toppvärde är som störst. För en AM-signal, där den modulerande signalen är entonig med cosinusformat tidsberoende, så har bärvågseffekten uppmätts till 1,25 kW. Modulationsgraden är 65%. Beräkna:

- medeleffekten,
- PEP-värdet.

M12. I en AM-sändare med bärvågsfrekvensen 400 kHz moduleras bärvågen innan den slutliga förstärkningen i slutsteget. Modulationsspänningen $v_m(t) = 28 \cos(\omega_m t)$ volt modulerar bärvågen till 100 %. När endast bärvåg sänds avger sändarens slutsteg 10 W i en resistiv last på 75 Ω . Beräkna:

- modulationsgraden om modulationsspänningen är $14 \cos(1500\pi t)$ volt,
- uteffekten i 75 Ω :s-lasten med en modulationsspänning enligt deluppg. a,
- spänningsförstärkningen i slutsteget.

M13. Toppvärdet hos en till 50% amplitudmodulerad radiosignal uppmättes till 90 V. Antag att meddelandesignalen är entonig (frekvens 10 kHz) med cosinusformad tidsvariation. Beräkna radiosignalens

- effektivvärde och bandbredd,
- effektivvärde och bandbredd om ena sidbandet filtreras bort.

M14. För en viss amplitudmodulerad radiokommunikationssignal uppges, att förhållandet mellan effekten i en sidovåg och effekten i bärvågen är 1:10. Antag att det rör sig om en

entonig meddelandesignal och beräkna modulationsgraden.

M15. En DSB-modulerad AM-sändare sänder ut effekten 30 kW då radiosignalens modulationsgrad är 60%. Beräkna den utsända effekten om bärvågens effekt dämpas med 10 dB och det ena sidbandet filtreras bort helt.

M16. Betrakta en AM-signal (DSB-FC) som har erhållits genom modulation av en bärvåg med en entonig meddelandesignal. Båda signalerna har cosinusformat tidsberoende. Visa att verkningsgraden (η =kvoten mellan effekten i sidbanden och den totala effekten) är maximalt $\eta_{\max} = \frac{1}{3}$ om övermodulation inte accepteras.

M17. En AM-signal har följande data: bärvågssignalen har toppvärdet 100 V och frekvensen 50 kHz, meddelandesignalen består av summan av två i tid cosinusformigt varierande signaler, som har toppvärdena 40 V respektive 10 volt och frekvenserna 1 kHz resp. 5 kHz.

- Bestäm uttrycket för AM-signalens tidsfunktion.
- Rita grafer av bärvågens, meddelandets och AM-signalens tidsfunktioner.
- Rita ett amplitudspektrum för AM-signalen.
- Bestäm vilken bandbredd som krävs för att överföra hela AM-signalen.
- AM-signalen kopplas till en 25Ω resistor. Bestäm effektutvecklingen i resistorn.

M18. Betrakta en DSB-AM signal, som har bandbredden 35 kHz och effektivvärdet 40 volt. Modulationsgraden är 0,8 och meddelandesignalen är entonig. Bestäm meddelandesignalens amplitud och frekvens, samt bärvågens amplitud.

M19. Betrakta en FM-signal som har erhållits genom modulation av en bärvåg med en entonig meddelandesignal. Båda signalerna har cosinusformat tidsberoende (men med olika frekvenser). Beskriv i ord (illustrera med figurer) hur man bestämmer frekvens och amplitud för bärvågen, frekvenser och amplituder för sidovågorna (sidbanden), modulationsindexet, frekvensdeviationen, högsta och lägsta ögonblicksvärdet av FM-signalens frekvens, samt (en uppskattning av) bandbredden hos FM-signalen om man känner till dess:

- tidsfunktion (i form av en graf, uppmätt exempelvis med oscilloskop),
- amplitudspektrum (i form av en graf, uppmätt exempelvis med oscilloskop).
- Härled matematiska uttryck för de ovan efterfrågade storheterna.
- Hur beräknar man effektförbrukningen hos en resistor som FM-signalen är kopplad till.
- För vilka modulationsindex blir effekten hos spektralkomponenten på bärvågsfrekvensen lika med noll?
- Om man känner tidsfunktionen för FM-signalen, hur bestämmer man då amplituden för den spektralkomponent som har $f = f_c$?

M20. En frekvensmodulerad radiosignal har amplituden 25 V, bärvågsfrekvensen 5 MHz och frekvensdeviationen 75 kHz. Meddelandet är en entonig spänning med frekvensen 100 kHz.
a) Ange uttrycket för FM-signalens tidsfunktion.

Beräkna:

- b) modulationsindexet,
- c) högsta och lägsta ögonblicksvärdet hos radiosignalens frekvens,
- d) Rita FM-signalens amplitudspektrum.
- e) Bestäm amplituden hos spektralkomponenterna på bärvågsfrekvensen och de tre första parren av sidovågorna.
- f) Uppskatta bandbredden med Carsons regel.

M21. En FM-signal har en spänningsvariation enligt funktionen:

$$v(t) = 20 \cos(2\pi 10^7 t + 5 \sin(2\pi 10^4 t)) \text{ volt.}$$

Bestäm:

- a) bärvågsfrekvensen,
- b) meddelandesignalens frekvens,
- c) signalens maximala frekvensdeviation,
- d) signalens högsta och lägsta momentana frekvens.

e) Rita FM-signalens amplitudspektrum.

Beräkna sedan:

- f) effekten, som signalkomponenten med frekvensen 10,04 MHz utvecklar i en 10Ω resistor.
- g) effekten i signalkomponenten med bärvågsfrekvensen,
- h) omodulerade bärvågens amplitud,
- i) den effekt, som hela FM-signalen utvecklar i en 10Ω resistor.
- j) bandbredden.

M22. En frekvensmodulerad signal beskrivs av funktionen

$$v(t) = 0,253 \cos[5,62 \cdot 10^8 t + 5 \sin(9,1 \cdot 10^4 t)]$$

Bestäm:

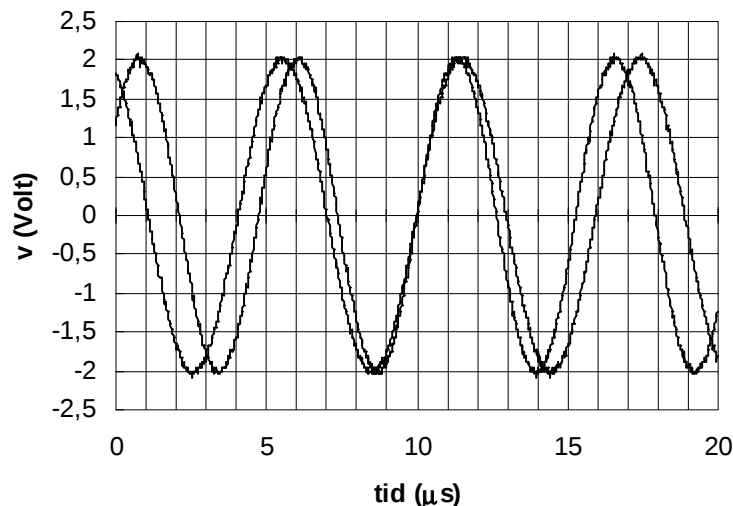
- a) den omodulerade FM-signalens effektivvärde,
- b) bärvågsfrekvensen och meddelandets frekvens,
- c) modulationsfrekvensen,
- d) modulationsindexet och frekvensdeviationen,
- e) kortaste och längsta periodtid hos FM-signalen,
- f) bandbredd enligt Carsons regel respektive 1% regeln,
- g) hur stor andel av totala effekten som återfinns hos den spektralkomponent som har $f = f_c$,
- h) hur stor andel av totala effekten som återfinns inom bandbredden bestämd av Carsons regel.

M23. En radiostation sänder en frekvensmodulerad signal med bärvågsfrekvensen 101 MHz. Modulationsindexet (=fasdeviationen) är 4 radianer och bärvågens amplitud är 8 volt.

a) Vid ett tillfälle sänder man ut en testton (d.v.s. en entonig meddelandesignal) med frekvensen 440 Hz. Rita FM-signalens amplitudspektrum (minst sex spektralkomponenter skall tas med).

b) Uppskatta signalens bandbredd dels med Carsons regel, dels med 1%-regeln.

M24. Nedanstående figur visar uppmätning av en FM-signal m.h.a. ett digitalt minnesoscilloskop. De två kurvorna representerar extremvärden i signalens periodtid.



Beräkna:

- bärvågens amplitud och frekvens,
- frekvensdeviationen,
- modulationsindex om modulationsfrekvensen är 10 kHz.

d) Rita amplitudspektrum.

M25. Insignalerna $V_{A,in}$ och $V_{B,in}$ passerar genom var sitt idealt bandpassfilter. Båda filtren har gränshänsfvenserna $f_1 = f_c - 0,5 f_m$ och $f_2 = f_c + 2,5 f_m$. Vidare gäller att $f_m \ll f_c$. Utsignalerna från de två filtren betecknas $V_{A,ut}$ respektive $V_{B,ut}$. Insignalernas tidsfunktioner ges av:

$$V_{A,in}(t) = 10 \cdot \cos(2\pi f_c t) \cdot (1 + 0,8 \cdot \cos(2\pi f_m t)) \text{ volt}$$

$$V_{B,in}(t) = 10 \cdot \cos(2\pi f_c t + 2 \cdot \sin(2\pi f_m t)) \text{ volt}$$

- Vilken modulationsmetod har använts vid genereringen av signalerna $V_{A,in}$ respektive $V_{B,in}$?
- Beräkna toppvärdena av $V_{A,in}$ och $V_{B,in}$.
- Beräkna toppvärdena av $V_{A,ut}$ och $V_{B,ut}$.
- Beräkna effektivvärdena av $V_{A,in}$ och $V_{B,in}$.
- Beräkna effektivvärdena av $V_{A,ut}$ och $V_{B,ut}$.

M26. Grafen nedan (tidsaxeln skall vara graderad i μs ej ms som det står) visar tidsfunktionen för en frekvensmodulerad signal.

a) Bestäm bärvågens frekvens, meddelandesignalens frekvens, (maximal) frekvensdeviation och modulationsindex.

b) FM-signalen ansluts till en $100\ \Omega$ resistor. Beräkna effektutvecklingen i resistorn.

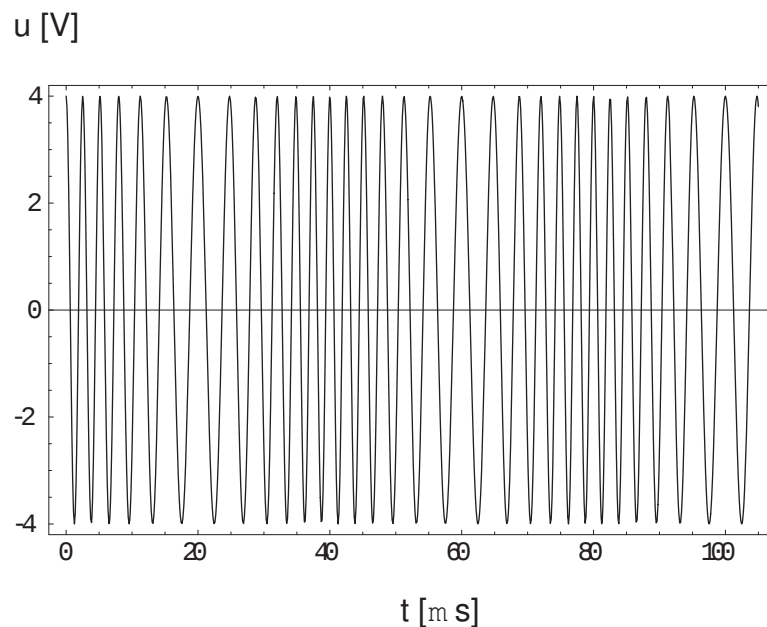
Antag nu, att samtliga spektralkomponenter utom bärvågskomponenten filtreras bort.

Beräkna:

c) amplituden hos den kvarvarande signalen,

d) effektutvecklingen i $100\ \Omega$ resistorn,

e) centerfrekvensen och bandbredden hos ett bandpassfilter som kan utföra filtreringen enligt specifikation.



M27. En spektrumsanalysator har använts för att mäta på en FM-signal. En bärvåg med frekvensen var 100 MHz frekvensmoduleras med ett meddelande i form av en entonig signal. Amplituden hos meddelandet är till en början noll. Innan signalen matas in i en effektförstärkare är den omodulerade bärvågens amplitud 15 volt. Ur spektrat avläses att det är 10 kHz mellan spektrallinjerna.

a) Rita FM-signalens amplitudspektrum.

Succesivt ökas meddelandesignalens amplitud tills amplituden hos spektralkomponenten, som ligger på bärvågsfrekvensen, för första gången blir lika stor som amplituden hos det första sidovågsparet.

b) Bestäm modulationsindexet.

c) Rita FM-signalens amplitudspektrum.

d) Beräkna den modulerande tonens amplitud om det råder ett linjärt samband mellan amplitud och frekvensdeviation med proportionalitetskonstanten 30 kHz V^{-1} .

e) Bestäm amplituden för spektralkomponenten med frekvensen 100,030 MHz.

f) Beräkna erforderlig bandbredd.

g) Den omodulerade bärvågens effekt efter slutsteget i sändarens förstärkare är 5 kW. Beräkna effekten hos spektralkomponenten på bärvågsfrekvensen, samt sammanlagda effekten hos sidbanden hos den modulerade signalen.

h) Bestäm minsta amplitud hos den modulerande tonen för att ingen effekt skall överföras på bärvågsfrekvensen.

M28. FM-systemet för rundradio på UKV, 88 – 108 MHz, är dimensionerat för god ljudkvalitet. Praktiskt taget hela örats frekvensområde överförs och $f_{m,max} = 15 \text{ kHz}$.

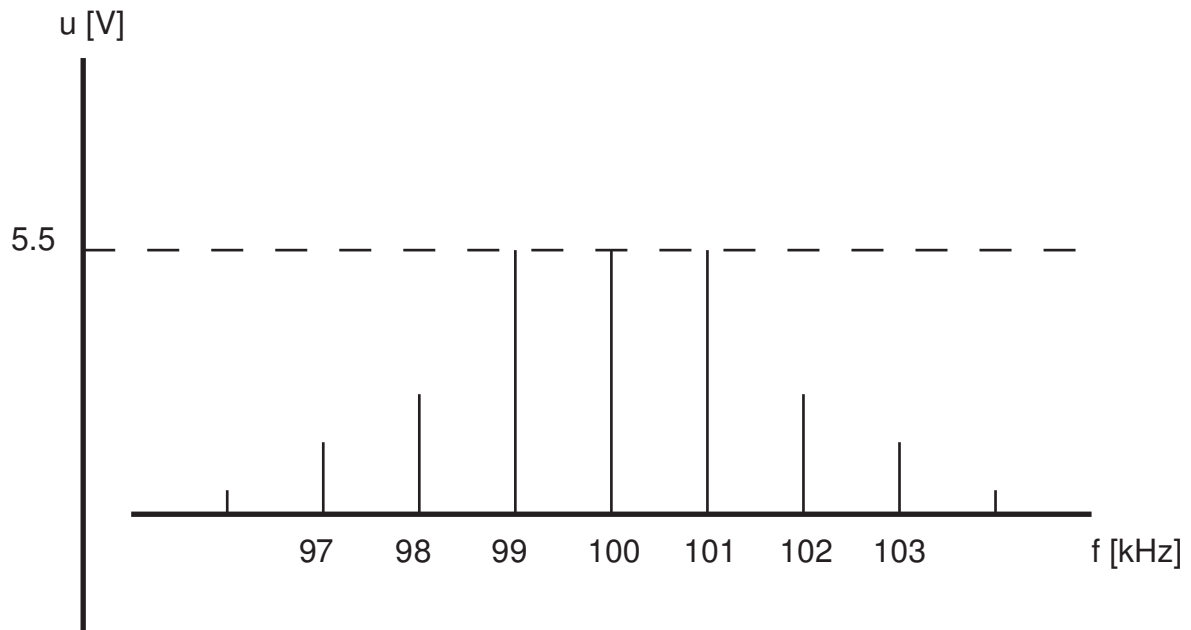
a) Vilken maximal frekvensdeviation kan tillåtas om totala bandbredden är max 180 kHz?

b) Hur stor är fasdeviationen för den maximalt utstyrda FM-signalen vid modulationsfrekvensen 15 kHz?

c) FM-signalen genereras vid en lägre bärvågsfrekvens för att sedan frekvensmultipliceras upp till den slutliga bärvågsfrekvensen 100,9 MHz. Vilken lägre bärvågsfrekvens skall väljas om fasdeviationen vid denna frekvens skall vara högst 0,2 rad?

M29. Figuren nedan visar amplitudspektrumet för en FM-signal. Beräkna:

- bärvågsfrekvensen och modulationsfrekvensen,
- bärvågens amplitud,
- frekvensdeviationen,
- FM-signalens bandbredd,
- Om amplituden hos meddelandesignalen fördubblas, hur stor blir amplituden för den spektral-komponent som har $f = f_c$? Hur ändras bandbredden?



M30. Man har mätt upp amplitudspektrumet för en sinusformad bärvåg som har modulerats med en entonig, sinusformad meddelandesignal. Spektrumet uppvisar tre spektralkomponenter: den starkaste har amplituden 10 volt och frekvensen 100 MHz, de resterande två komponenterna har båda amplituden 1 volt och frekvensen 95 MHz respektive 105 MHz. Spektrum med detta utseende fås vid DSB-AM (d.v.s. DSB-FC) och även (approximativt) vid smalbandig FM (NBFM).

- Antag att man har tillämpat modulationsmetoden DSB-AM. Rita tidsfunktionen för meddelandesignalen respektive den omodulerade bärvågen.
- DSB-AM signalen är kopplad till en $100\ \Omega$:s resistor. Bestäm effektförbrukningen hos resistorn.
- Antag nu istället, att spektrat gäller för en smalbandig FM-signal. Bestäm vilken frekvensdeviation som har använts.

M31. En FM-signal har följande data: bärvågssignalen har toppvärdet 100 V och frekvensen 90 MHz, meddelandesignalen består av summan av två i tid cosinusformigt varierande signaler med frekvenserna 3 kHz resp. 15 kHz.

- Rita en graf av FM-signalen som funktion av tiden under mellan $t = 0$ och $t = \frac{2}{3}$ ms.

Bestäm FM-signalens amplitudspektrum om:

- båda meddelandetonerna har $\beta = 0, 1$, d.v.s. FM-signalen kan anses vara smalbandig.
- $\beta = 1$ för 5 kHz tonen och $\beta = 5$ för 15 kHz tonen.

M32. Rita tidsfunktionen och amplitudspektrumet för en:

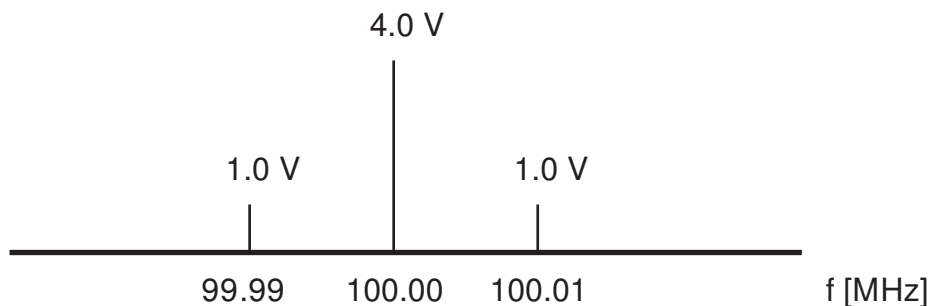
- AM-signal där $f_m = f_c$,
- FM-signal med $\Delta f_c = f_c$,
- FM-signal med $f_m = f_c$,
- FM-signal med $\Delta f_c = f_c = f_m$,

M33. En radiosignal amplitudmoduleras (med modulationsgraden 80%) med en lågfrekvent entonig meddelandesignal. Båda signalerna har ett cosinusformat tidsberoende. Bärvågsfrekvensen är mycket högre än meddelandesignalens frekvens. Efter utförd modulation filtreras det ena sidbandet filtreras bort. Beräkna kvoten mellan den största och den minsta amplituden hos den resulterande spänningen.

M34. Ett cosinusformat meddelande med frekvensen 10 kHz modulerar en cosinusformad bärvåg så att en AM-signal med 60% moduleringsgrad erhålls. Därefter filtreras ett av sidbanden bort. Beräkna med hjälp av visardiagram fas- och frekvensdeviation hos den filtrerade signalen. Notera att resulterande signal är både amplitud- och frekvensmodulerad.

M35. Figuren nedan visar amplitudspektrumet för en AM-signal.

- a) Rita en graf som visar hur bärvågen varierar med tiden.
- b) Rita en graf som visar hur ett av sidovågorna varierar med tiden.
- c) Rita en graf som visar hur AM-signalen varierar med tiden.



M36. En radiosignal är uppbyggd av en bärvåg (frekvens 100 kHz) som har frekvensmodulerats med ett entonigt meddelande (amplitud 4,0 volt, frekvens 15 kHz). Såväl bärvågen som meddelandet har cosinusformat tidsberoende. Modulatorns känslighet är $k_0 = 7,5 \text{ kHz V}^{-1}$. När radiosignalen kopplas till en 10Ω resistor så utvecklas medeleffekten 5,0 W.

- a) Bestäm och rita radiosignalens amplitudspektrum.
- b) Uppskatta radiosignalens bandbredd.
- c) Hur stor bandbredd hade krävts, om man istället hade använt sig av amplitudmodulation (DSB-SC)?

KRETSAR FÖR AM OCH FM.

K1. Rita blockschema för modulatorerna enligt nedan stående specifikationer. Bestäm också utsignalens tidsfunktion och amplitudspektrum om bärvågen ges av $\cos(\omega_c t)$ och meddelandesignalen är $\cos(\omega_m t)$.

- a) Generering av en DSB-SC signal mha en blandare, samt oscillatorer för bärvåg och meddelande.
- b) Generering av en DSB-FC signal mha en blandare och en adderare, samt oscillatorer för bärvåg och meddelande.

K2. Rita ett blockschema för en SSB-SC sändare som tillämpar fasmetoden och verifiera att utsignalen består av endast:

- a) undre sidbandet om man adderar de två DSB-SC signalerna som genereras av blandarna,
- b) övre sidbandet om man subtraherar de två DSB-SC signalerna som genereras av blandarna.

K3.

- a) Rita kretsschema för en enveloppdetektor och förklara dess funktionsprincip.
- b) Visa att maximala värdet för kapacitansen hos kondensatorn i en enveloppdetektor ges av $C_{\max} = \frac{\sqrt{m^2-1}}{R\omega_{m,\max}}$.

Ledning: För att utsignalen skall kunna följa enveloppens tidsvariation ($V_c \cdot (1 + m \cdot \cos(\omega_m t))$), så måste urladdningstakten hos kondensatorn skall vara högre än förändringstakten hos AM-signalens envelopp.

K4. Signalen i uppgift M6 skall detekteras med en enveloppdetektor.

- a) RC-filtret har $R = 1 \text{ k}\Omega$. Låt diodens framspänningsfall vara noll. Beräkna lämpligt värde på kondensatorn i RC-filtret och skissera utseendet hos den demodulerade signalen.
- b) Sätt framspänningsfallet hos dioden till 0,2 V och skissera den demodulerade signalen.
- c) Använd ett kretssimuleringsprogram: Bygg upp kretsen och studera utsignalen.

K5.

- a) Rita ett blockschema för en produktmodulator och visa att man kan demodulera DSB-SC och SSB-SC signaler med den.
- b) Studera hur ett fäsfel hos lokaloscillatorn, som utgör den återinsatta bärvågen, påverkar utsignalen. Vilket fäsfel leder till att utsignalen blir noll?
- c) Studera hur ett frekvensfel hos lokaloscillatorn, som utgör den återinsatta bärvågen, påverkar utsignalen.
- d) Beskriv hur man kan utvinna bärvågsinformation från en DSB-SC signal.

K6. Rita blockschema för en kvadraturmodulator respektive en kvadraturdemodulator. Tekniken används för att sända två meddelanden med samma bärvåg. Antag, att bärvågen beskrivs av $\cos(\omega_c t)$ och att meddelandena kan skrivas som $m_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t)$ resp. $m_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t)$.

- a) Visa att sändarens utsignal är $A_1 \cos(\omega_1 t) \cdot \sin(\omega_c t) + A_2 \cos(\omega_2 t) \cdot \cos(\omega_c t)$, vilket innebär att m_2 utgör amplituden för den del av utsignalen som är i fas med bärvågen och m_1 utgör amplituden för den del av utsignalen som är i kvadratur (90° ur fas) med bärvågen.
- b) Visa att utsignalen i mottagarens Q-kanal är m_1 och i I-kanalen erhålls m_2 .
- c) Ange lämpliga gränshänsfrekvenser för lågpassfiltren.

K7. En blandare genomför en multiplikation av två signaler. En metod för åstadkomma detta är att använda sig av komponenter med icke-linjär ström-spänningsskarakteristik. Betrakta en komponent, för vilken gäller att $i(t) = I_0 + a v(t) + b v^2(t)$, där a och b är konstanter.

- a) Antag att spänningen $v(t)$ utgörs av summan av två spänningar, $v_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t)$ resp. $v_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t)$ och bestäm vinkelfrekvenserna för de spektralkomponenter som strömmens amplitudspektrum kommer att innehålla. Skissa spektrat i en graf. Notera att de för en DSB-signal särskilt intressanta vinkelfrekvenserna $\omega_1 + \omega_2$ och $\omega_1 - \omega_2$ är representerade.
- b) En icke-linjär komponent ger ofta även upphov till termer av ordning högre än två. Vilka vinkelfrekvenser har signalkomponenter som har sitt ursprung i en kubisk term ($v^3(t)$)? Detta kan leda till s.k. tredje ordningens intermodulationsdistorsion.
- c) Rita ett spektrum som innehåller alla spektralkomponenter från första, andra och tredje ordningens termer.

K8. En diod kan användas som en effektmätare av svaga radiosignaler. Betrakta en radiosignal med spänningen $V_{\text{RF}} \cos(\omega_{\text{RF}} t)$ som kopplas in på en diod, som är förspänd med en konstant spänning V_b . Strömmen genom dioden ges av $I = I_0 [\exp(\alpha V) - 1]$, där V är totala spänningen över dioden: $V = V_b + V_{\text{RF}} \cos(\omega_{\text{RF}} t)$.

- a) Antag att $\alpha V \ll 1$ och visa att diodströmmen är (efter lämplig filtrering) en linjär funktion av medeleffekten i radiosignalen. Om du vill så kan du först studera fallet då $V_b = 0$.
- b) Rita en graf av I/I_0 som funktion av tiden. Sätt $\alpha = \frac{1}{40} \text{ volt}^{-1}$, $V_{\text{RF}} = 0,1 \text{ volt}$ och $V_b = 0 \text{ volt}$. Öka sedan V_b till $0,7 \text{ volt}$.
- c) Rita en graf av I/I_0 som funktion av V_{RF}^2 vid tiden $t = 0$ och jämför med deluppg. a.
- d) Demonstrera att en blandare efterföljd av ett LP-filter fungerar som en effektmätare om signalen man vill mäta på kopplas in till blandarens båda ingångar.

K9. Argumentera för att multiplikation av två signaler kan utföras genom att låta en högfrekvent signal 'switcha' ett meddelande. Ett exempel är den s.k. ringmodulaton, där man använder en diodbrygga som switch. Switchningsfrekvensens bestäms av bärvågsoscillatorn.

K10. Rita blockschema för en superheterodyn-mottagare och förklara dess funktionsprincip och de olika delarnas uppgift!

Antag att mottagaren används för att detektera en AM-signal med bärvågsfrekvensen 800 kHz och att mellanfrekvensförstärkarens centerfrekvens är 455 kHz .

- a) Bestäm frekvensen hos lokaloscillatorn.
- b) Bestäm den s.k. spegelfrekvensen. Förklara orsaken till att det inte är önskvärt att en signal med denna frekvens kommer in i mottagarsystemet. Hur kan signalen elimineras?

Antag istället att mottagaren används för att detektera en FM-signal med bärvågsfrekvensen 85,3 MHz och att mellanfrekvensförstärkarens centerfrekvens är 10,7 MHz.

c) Gör om deluppg. a och b.

K11. Bestäm frekvensbandet för radiosignalen resp. spegelsignalen för en superheterodyn-mottagare där LO-signalen kan avstämmas inom frekvensbandet 85-116 GHz och MF-förstärkaren har en centerfrekvens på 4 GHz.

K12. Rita blockschema och förklara funktionsprincipen för en FM-demodulator i form av en:

- a) flankdetektor,
- b) kvadraturdetektor,
- c) faslåst slinga (PLL).

K13. Studera utsignalen från en blandare där insignalen och LO-signalen har samma frekvens. Ange tidssignal och rita amplitudspektrum. Kretsen är en s.k. homodynmottagare.

K14. Studera ett meddelande med tidsfunktionen $v_m = V_m \cos(\omega_m t)$. Visa att om en FM-signal deriveras (t.ex. med en RC-länk) så erhålls en signal där amplituden följer frekvensen hos den ursprungliga FM-signalen. Meddelandet i FM-signalen kan nu utvinnas genom att koppla in den deriverade signalen i en AM-demodulator.

K15. Betrakta en FM-signal, som ansluts till ett filter så att bärvågsfrekvensen hamnar i ett frekvensområde där filtrets bandpasskurva är en linjär funktion (polynom med gradtal 1) av frekvensen. Visa att utsignalen blir en AM-signal där amplituden är proportionell mot ögonblicksvärdet av insignalens frekvens. FM-signalen kan efter denna filtrering detekteras med en AM-demodulator. Uppgiften visar funktionsprincipen för en 'flankdemodulator'.

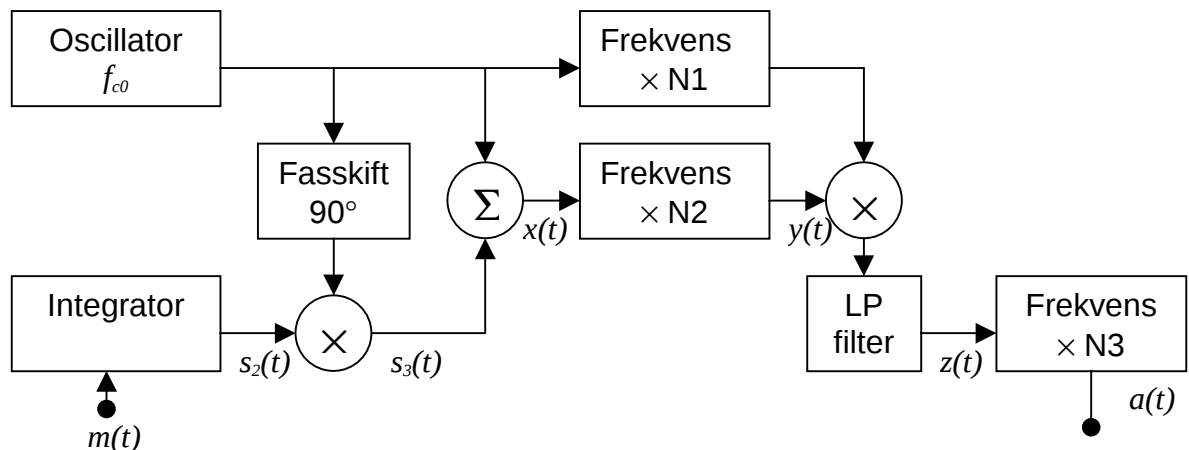
K16. Studera ett meddelande med tidsfunktionen $v_m = V_m \cos(\omega_m t)$.

- a) Visa att en PM-signal erhålls om tidsderivatan av meddelandet frekvensmoduleras.
- b) Visa att en FM-signal erhålls om integralen av meddelandet fasmoduleras.

K17.

- a) Visa att en DSB-FC modulator genererar en smalbandig PM-signal om bärvågssignalen fasvrids 90 grader innan den matas in i blandaren.
- b) Visa att om meddelandet integreras innan inmatning i blandaren så blir utsignalen i kretsen i deluppg. a en smalbandig FM-signal. Detta tillämpas i t.ex. Armstrongmodulatorens i uppgift K18.

K18. Ett exempel på en s.k. 'indirekt' FM-modulator är Armstrongmodulatorens, som genererar en bredbandig FM-signal ($a(t)$) med flexibelt varierbar bärvågsfrekvens och frekvensdeviation. Funktionsprincipen kan förstås genom analys av signallöpet i blockschemat enligt bifogad figur. Först tillverkas en smalbandig FM-signal ($x(t)$) med låg bärvågsfrekvens genom integration och fasmodulation av meddelandet ($m(t)$). Sedan ökas så väl bärvågsfrekvensen som frekvensdeviation m.h.a. frekvensmultiplikatorer och blandare. I en frekvensmultiplika-



Figur 1: Armstrongmodulator. Ring med $\times$ är en blandare, ring med Σ är en adderare.

tor multipliceras inkommande signals momentana frekvens med ett heltal (av praktiska skäl ofta en heltalsmultipel av 2 eller 3).

I FM-systemet för rundradio är basbandet begränsat till frekvenser mellan 30 Hz och 15 kHz. Den slutliga, bredbandiga, FM-signalen (utsignalen) har en bärvågsfrekvens i intervallet 88,1–107,9 MHz, och en högsta tillåten frekvensdeviation på $\Delta f_c = 75$ kHz. Varje radiostation får utnyttja en bandbredd på 200 kHz.

- Bestäm hur amplitudspektra för insignalen (meddelandet $m(t)$), den smalbandiga FM-signalen ($x(t)$) respektive utsignalen (den bredbandiga FM-signalen $a(t)$). Välj att studera två av talsignalens spektralkomponenter, t.ex. $f_m = 100$ Hz och 10 kHz. Sätt $f_c = 96$ MHz och $\Delta f_c = 75$ kHz. Rita grafer.
- Vid vilken modulationsfrekvens får man störst fasdeviation hos signalen $x(t)$?
- Härled ett samband mellan frekvensdeviationen hos $a(t)$ och amplituden hos meddelande-signalen.
- Härled ett samband mellan slutgiltiga bärvågsfrekvensen f_c och f_{c0} , $N1$, $N2$ samt $N3$. Ge förslag på val $N1$, $N2$, $N3$ så att $f_c = 96,0$ MHz erhålls. Sätt oscillatorfrekvensen till $f_{c0} = 200$ kHz. Försök välja heltalen N så att de är heltalsmultiplar av 2 eller 3.
- Mellan vilka värden kan modulationsindexet hos den smalbandiga FM-signalen respektive utsignalen variera?

Ledning: Om modulationsindexet (β) är litet, så kan FM-signalen $v_c(t) = V_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$ approximeras med $v_c(t) \approx V_c [\cos(2\pi f_c t) - \beta \sin(2\pi f_m t) \sin(2\pi f_c t)]$. Den intresserade uppmanas att härleda denna approximation!

K19.

- Demonstrera att en krets, som fungerar som en switch, kan användas som frekvensmultiplikator, d.v.s. att om kretsen matas med en signal med frekvensen ω_0 så innehåller utsignalen

spektralkomponenter med frekvenser som är heltalsmultiplar av ω_0 .

b) Argumentera för att frekvensmultiplikation kan även utföras m.h.a. en likriktare eller en komponent med icke-linjär ström-spänningkaraktär. Studera t.ex. dioden i uppg. K7 eller K8.

K20. Konstruera ett blockschema för ett system som åstadkommer en frekvensmultiplexering av tre meddelanden (samtliga entona, med frekvenser f_{m1} , f_{m2} resp. f_{m3}). Du får använda dig av blandare, oscillatorer och adderare. Skissa också utsignalens amplitudspektrum.

K21. En och samma i tid cosinusformad signal matas in i båda ingångarna på en blandare.

a) Bestäm utsignalen.

b) Om utsignalen filtreras med ett lågpassfilter, vad är utsignalen från den ett mått på (d.v.s. vad gör kretsen)?

c) Om blandarens utsignalen istället högpasstreras, vilken funktion har kretsen nu (d.v.s. vad kan den användas till)?

I uppgifterna K22-K28 hänvisas till figurer och uppgifter i *Principles of electronic communication systems* av Frenzel.

K22. Studera kretsen i Fig. 4-33. Visa att fasvridningen mellan in- och utsignalen är 90°

K23. Studera kretsen i Fig. 4-7.

a) Visa att spänningen över resistor R_3 kan skrivas $V_3 = \frac{R_3(R_1V_2 + R_2V_1)}{R_1R_2 + R_3(R_1 + R_2)}$ där V_1 är spänningen (meddelandesignalen) som ansluts till R_1 och V_2 spänningen (bärvågen) som ansluts till R_2 .

b) Antag att $R_1 = R_2 \gg R_3$. Vad blir spänningen över R_3 om $V_1 = 2,0$ V och $V_2 = 7,0$ V?

c) Sätt $R_1 = R_2 = R_3$ och $V_1 = 2,0$ V och $V_2 = 7,0$ V, vad blir spänningen över R_3 ?

d) Gör kretssimuleringar med följande val av komponenter: $R_1 = R_2 = 100 \Omega$, $R_3 = 220 \text{ k}\Omega$, D_1 är av typen BAT54, $L = 10 \text{ mH}$, $C = 22 \text{ nF}$, placera också en resistor $R = 2,2 \text{ k}\Omega$ parallellt med induktorn och kondensatorn. Meddelandet (modulating signal) har toppvärdet 160 mV och frekvensen 1,0 kHz, bärvågen (carrier) har toppvärdet 200 mV och frekvensen 10,73 kHz. Studera formen hos spänningen över R_3 och utsignalen (AM output). Vilken typ av modulation utför kretsen? Resonera vad kopplingens olika delar har för roller. Testa att ändra på LCR filtrets värden och studera utsignalen. Testa ändra på bärvågens och meddelandets parametrar och studera utsignalen.

K24. Studera kretsarna i Figurerna 4-4, 4-6, 4-9 och 4-23 med kretssimuleringar. Välj själv komponenter. Resonera också hur kopplingarna fungerar. Utgå från komponenternas egenskaper, gör inga detaljerade beräkningar.

K25. Gör uppgift *Critical Thinking* 3 ur kap. 4 sid. 149.

K26. Studera pre-emfas och de-emfas kretsarna i Figur 5-13.

a) Bestäm brytfrekvenserna i respektive krets. Välj komponentvärden så överföringsfunktioner enligt bokens grafer erhålls.

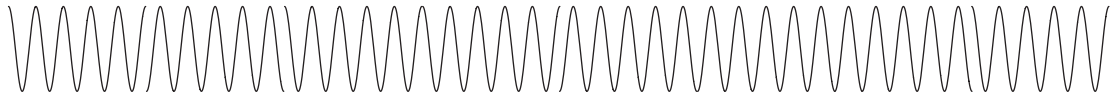
- b) Gör kretssimuleringar (rita ex.vis överföringsfunktioner), undersök funktionsprinciperna.
- c) Koppla ihop de två kretsarna i din simulering och studera i vilket frekvensintervall man har konstant överföringsfunktion (d.v.s. intervallet där de-emfas kretsen klarar av att kompensera för pre-emfaskretsens inverkan på insignalen.

K27. Lös uppgifterna *Problem 7, 9* samt *Critical Thinking 3, 4, 5* ur kap. 5 sid. 170-171.

K28. Studera kretsen i Figur 6-15 med kretssimuleringar. Välj själv komponenter. Resonera också hur kopplingarna fungerar. Utgå från komponenternas egenskaper, gör inga detaljerade beräkningar.

DIGITAL MODULATION.

D1. På en kommunikationskanal överförs digital information. Nedanstående signalform registrerades under det tidsintervall, som det tar att överföra åtta bitar.



- a) En PSK-demodulator behöver ha en fasreferens, d.v.s. ha kännedom om vilka faslägen som motsvarar en logisk 1:a resp. 0:a, för att kunna göra en entydig demodulering. Vilka två bitsekvenser kan en PSK-demodulator tolka signalen ovan som, om fasreferens saknas?
- b) Antag, att signalen istället representerar en DPSK-modulerad data. Vilken är bitsekvensen? Även här finns två möjliga svar, om DPSK-modulatorn saknar fasreferens.
- c) Vilken fördel har DPSK jämfört med PSK?

D2. Betrakta ett digitalt meddelande bestående av följande sekvens av logiska 1:or och 0:or: 1 0 0 1 0 1 1 0. Skissa tidsfunktionen för den modulerade signalen om man använder sig av metoderna ASK, FSK respektive PSK. Sätt pulslängden hos en bit till $\frac{1}{f_c}$.

D3. Visa att en ASK-signal kan genereras m.h.a. en blandare, med en analog bärvåg (t.ex. $\cos(\omega_c t)$ volt) och ett digitalt meddelande (ett pulståg där spänningsnivån kan anta två värden, som båda är positiva eller ena är positivt och det andra noll) som insignal.

Rita grafer som visar insignalerna och den modulerade signalen som funktioner av tiden för det fall då meddelandet är ett pulståg där en logisk 1:a motsvaras av spänningsnivån +1 volt och en logisk 0:a av noll volt, d.v.s. modulationsgraden är 100%. Rita också ett konstellationsdiagram.

D4. Visa att en binär PSK-signal kan genereras m.h.a. en blandare, med en analog bärvåg (t.ex. $\cos(\omega_c t)$) och ett digitalt meddelande (ett pulståg där spänningsnivån kan anta två värden med samma belopp men olika tecken) som insignal.

Rita grafer, som visar insignalerna och den modulerade signalen som funktioner av tiden för det fall då meddelandet är ett pulståg där en logisk 1:a motsvaras av spänningsnivån +1 volt och en logisk 0:a av -1 volt. Rita också ett konstellationsdiagram.

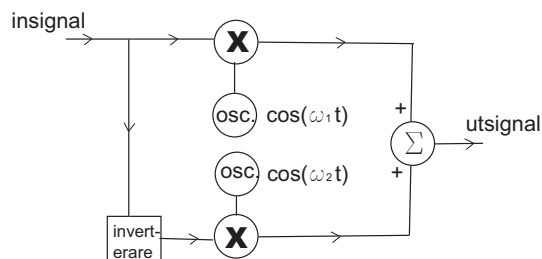
D5. En FSK-signal kan genereras m.h.a. en VCO (voltage-controlled oscillator, en spänningsstyrd oscillator), med ett digitalt meddelande som insignal. Rita grafer som visar insignalen och den modulerade signalen som funktioner av tiden för det fall då meddelandet är ett pulståg där en logisk 1:a motsvaras av spänningsnivån +1 volt och en logisk 0:a -1 volt. Antag, att frekvensen för utsignalen från VCO:n följer sambandet $f_{\text{ut}} = -500 v_{\text{in}} + 1700 \text{ Hz}$, där v_{in} är insignalens spänningsnivå. Notera likheten med analog FM där extremvärdena hos frekvensens ögonblicksvärden ges av $f_c \pm \Delta f_c = f_c \pm k_0 \cdot V_m$.

D6. Rita konstellationsdiagram för modulationsmetoderna ASK, BPSK, QPSK, 8-PSK och 8-QAM. Ange tidsfunktionerna för några olika datasymboler modulerade med resp. metod.

D7. Rita blockschema för:

- QPSK modulator resp. demodulator.
- DPSK modulator (använd en adderare, en blandare och en fördröjare).
- BPSK demodulator.

D8. Betrakta följande blockschema:



- Bestäm *utsignalen* om insignalen är '10011010' representerat av ett pulståg där en '1:a' representeras av spänningen +1 volt och en '0:a' av spänningen 0 volt. Sätt pulslängden hos en bit till $\frac{2\pi}{\omega_2}$. För oscillatorfrekvenserna gäller att $\omega_1 = 2\omega_2$. 'Inverteraren' i kretsen omvandlar en '1:a' till '0:a' och vice versa.
- Vilken modulationsmetod åstadkommer kretsen? Motivera!